

UNIVERSIDAD FASTA

FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

LICENCIATURA EN PSICOPEDAGOGÍA

***“DIFICULTADES EN LA RESOLUCIÓN DE
SITUACIONES PROBLEMÁTICAS”***

AUTOR: *Andrea Fabiana Murray*

ASESORAMIENTO

TUTORA: *Lic. María Marta Ulzurrúm*

*Departamento de metodología de la investigación de
Psicopedagogía*

JUNIO 2010



DE LA FRATERNIDAD DE AGRUPACIONES SANTO TOMAS DE AQUINO



BIBLIOTECA UNIVERSITARIA
UFASTA

ESTE DOCUMENTO HA SIDO DESCARGADO DE:

THIS DOCUMENT WAS DOWNLOADED FROM:

CE DOCUMENT A ÉTÉ TÉLÉCHARGÉ À PARTIR DE:



REPOSITORIO DIGITAL
UFASTA

ACCESO: <http://redi.ufasta.edu.ar>

CONTACTO: redi@ufasta.edu.ar



DE LA FRATERNIDAD DE AGRUPACIONES SANTO TOMAS DE AQUINO



BIBLIOTECA UNIVERSITARIA
UFASTA

ESTE DOCUMENTO HA SIDO DESCARGADO DE:

THIS DOCUMENT WAS DOWNLOADED FROM:

CE DOCUMENT A ÉTÉ TÉLÉCHARGÉ À PARTIR DE:



REPOSITORIO DIGITAL
UFASTA

ACCESO: <http://redi.ufasta.edu.ar>

CONTACTO: redi@ufasta.edu.ar

INDICE

	Página
Abstract	03
Introducción.....	04
Lineamientos generales	
-Problema.....	06
-Objetivos.....	06
-Postulado	06
Marco teórico	
-¿Qué es un problema?	07
-¿Qué es la resolución de problemas?.....	11
-Factores que intervienen en el proceso de resolución de problemas matemáticos	13
-La representación en la resolución de problemas	18
-Diferencias entre expertos y novatos	21
-Fases en la resolución de problemas	24
-Estructuras mentales en la resolución de problemas	26
-Clasificación de problemas de estructura aditiva	32
Metodología	
-Diseño.....	34
-Población	34
-VARIABLES	35
-Indicadores	35
-Plan de análisis	36
-Instrumentos	36
-Relevamiento de datos	41
Trabajo de campo	
-Análisis de los datos obtenidos	42
-Síntesis de resultados	49
-Conclusión	55
Propuesta superadora	57
Bibliografía	60
Agradecimientos	62

ABSTRACT

El presente trabajo surge a partir de la práctica en el aula como docente y de la consulta de estudios sobre esta área (como “Problemas aritméticos, articulación, significación y procedimientos de resolución”, de la red de revistas científicas, vol 15, num 3, México) a través de los cuales se ha podido comprobar que un gran porcentaje de alumnos no alcanza los niveles adecuados en lo que a conocimientos matemáticos se refiere.

La resolución de problemas constituye un tema clave en la construcción de ese conocimiento matemático y es por ello que ésta investigación se centrará en lograr identificar aquellas dificultades que se producen con mayor frecuencia en la resolución de los mismos.

Una vez identificadas estas fallas, se podrá orientar al docente en el desarrollo de estrategias de aprendizaje que posibiliten a los alumnos lograr superar las dificultades detectadas.

En el aprendizaje de las matemáticas, cada nuevo conocimiento o mecanismo sirve de engranaje para incorporar uno posterior que implica mayor complejidad. Es por ello que aquellas dificultades que presenten los niños en la resolución de problemas al finalizar el 1er ciclo “se arrastrarán” a ciclos posteriores, agudizándose paulatinamente. Por este motivo se cree pertinente realizar esta investigación al término del primer ciclo de la educación primaria, concretamente en los 3ros años de la EP N° 4 y EP N° 41 y en ambos turnos, a través de la resolución de tres tipos de problemas aditivos mas un cuestionario.

Palabras clave: matemática, resolución de problemas, dificultades

INTRODUCCIÓN

Este trabajo de investigación se desarrolla en relación al enfoque perteneciente a la Didáctica Francesa, cuyo eje central se basa en el aprendizaje de las matemáticas a través de la resolución de problemas; y en particular adhiere a las contribuciones de Brousseau, Chevallard y Vergnaud desarrolladas en este campo.

El ámbito donde se desarrollará la labor de investigación será la Escuela, concretamente en los 3ros años, para lo cual se debe tener una visión sobre la didáctica de las matemáticas que sostiene el Sistema Educativo Nacional, para luego profundizar específicamente en la resolución de problemas.

A partir de la reforma del sistema educativo en la Argentina podemos observar en los Diseños Curriculares para la Educación Primaria un especial énfasis en la resolución de problemas como método integral en la enseñanza de la Matemática. Allí se indica que la resolución de problemas es un proceso que debe penetrar todo el diseño curricular y proveer el contexto en el cual los conceptos y las actitudes pueden ser aprendidos.

“El énfasis en la resolución de problemas como método integral para la enseñanza de la matemática observado en los Contenidos Básicos Comunes, se apoya en la concepción que Ernest (1988) sintetiza así: “... hay una visión de la matemática (conducida por la resolución de problemas) como un campo de la creación y la invención humana en continua expansión, en el cual los patrones son generados y luego convertidos en conocimiento. Así, la matemática es un proceso de conjeturas y acercamientos al conocimiento (...). La matemática no es un producto terminado, porque sus resultados permanecen abiertos a revisión.”¹

El Diseño curricular enuncia como característica central del trabajo matemático, la resolución de diferentes tipos de problemas; para que los alumnos puedan involucrarse en la producción de conocimientos matemáticos.

Un problema es tal en tanto y en cuanto permite a los alumnos introducirse en el desafío de resolverlo a partir de los conocimientos disponibles y les demanda la producción de ciertas relaciones en la dirección de la solución posible, aunque esta, en un principio, resulte incompleta o incorrecta.

La diversidad de problemas de cada operación se constituye, desde esta perspectiva, en objeto de trabajo y para ello será necesario que el docente promueva un trabajo colectivo de reflexión sobre las similitudes y diferencias entre ellos.

¹ Vilanova, Silvia y otros, **La educación matemática, el papel de la resolución de problemas en el aprendizaje**, en <http://www.rieoei.org/deloslectores/203vilanova.pdf>

En relación a lo antes expuesto, existe un acuerdo general en aceptar la idea de que el objetivo primario de la educación matemática debería ser que los alumnos aprendan matemática a partir de la resolución de problemas. Pero es sabido también que los alumnos presentan dificultades en la resolución de los mismos. Por ello es propósito de éste trabajo identificar aquellos errores que se presentan con mayor frecuencia en la resolución de situaciones problemáticas. Para tal fin se aplicarán como instrumento tres tipos de problema de estructura aditiva y un cuestionario, los cuales serán desarrollados por los alumnos de los 3ros años de las EP N° 4 y 41 provinciales de Mar del Plata. Estos problemas serán evaluados teniendo en cuenta cuatro fases, y en cada una de ellas dos criterios que se valorarán por Si o por No respectivamente.

LINEAMIENTOS GENERALES

PROBLEMA

- ¿Cuáles son las dificultades que se observan en los alumnos de 3er año de la EP, a la hora de resolver problemas matemáticos?

OBJETIVOS GENERALES:

- Identificar las dificultades mas significativas que se detectan en el proceso de resolución de problemas en los alumnos de 3er año de la EP.

OBJETIVOS ESPECIFICOS:

- Identificar y analizar las dificultades más significativas que presentan los alumnos en el proceso de resolución de problemas.
- Indagar sobre las dificultades que los alumnos presuponen tener al resolver problemas.
- Comparar las dificultades detectadas según el tipo de estructura aditiva planteada.
- Establecer relaciones de las respuestas dadas a los problemas en relación a sexo y edad.

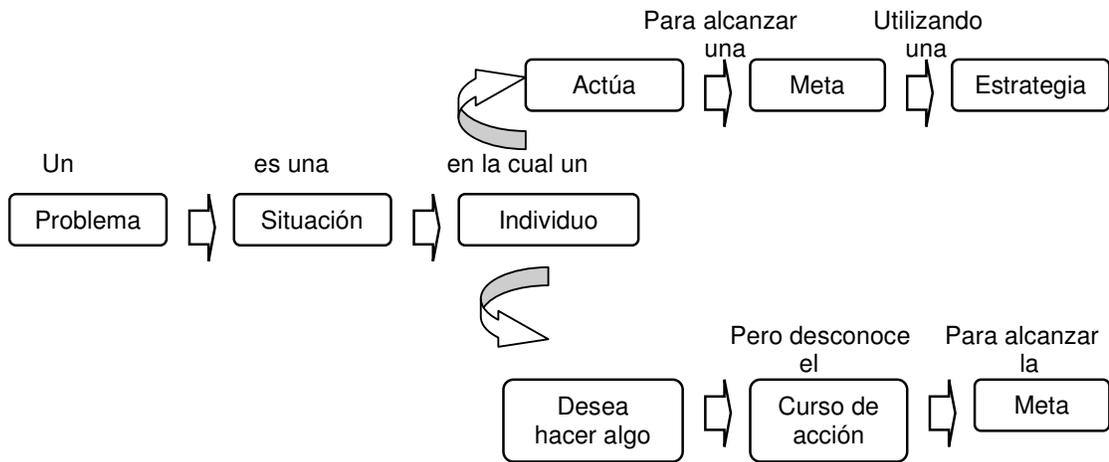
POSTULADO:

Este trabajo no dispone de una hipótesis específica, ya que su estructura corresponde al de una investigación de tipo “descriptiva”.

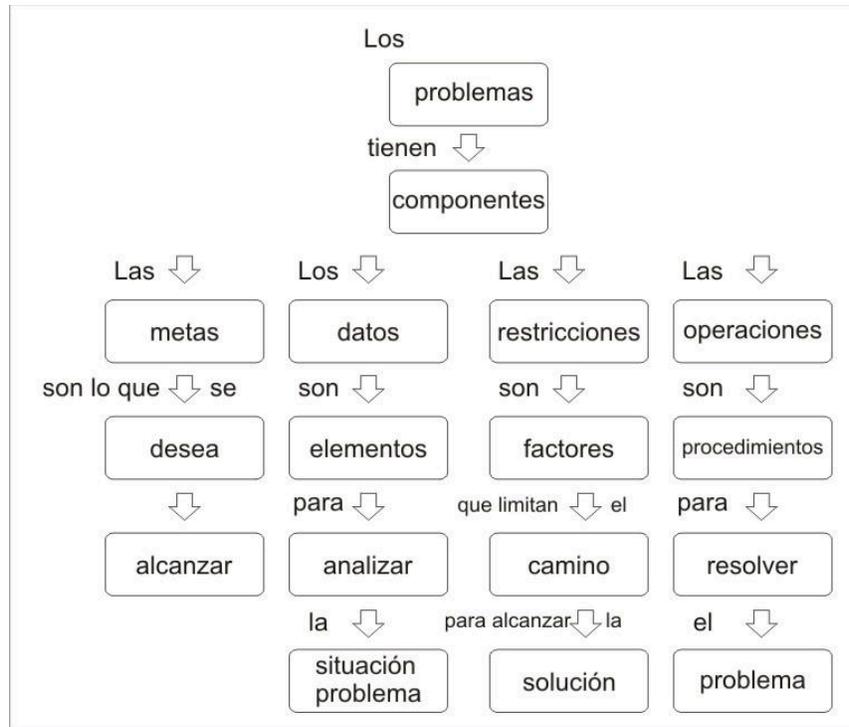
MARCO TEORICO

¿Qué es un problema?

“Un problema se define como una situación en la cual un individuo desea hacer algo, pero desconoce el curso de la acción necesaria para lograr lo que quiere, o como una situación en la cual un individuo actúa con el propósito de alcanzar una meta utilizando para ello alguna estrategia en particular.



Cuando hacemos referencia a “la meta” o a “lograr lo que se quiere”, nos estamos refiriendo a lo que se desea alcanzar: la solución. La meta o solución está asociada con un estado inicial y la diferencia que existe entre ambos se denomina “problema”. Las actividades llevadas a cabo por los sujetos tienen por objeto operar sobre el estado inicial para transformarlo en meta. De esta manera, se podría decir que los problemas tienen cuatro componentes: 1) las metas, 2) los datos, 3) las restricciones y 4) los métodos (Mayer, 1983).



Las metas constituyen lo que se desea lograr en una situación determinada. En un problema puede haber una o varias metas, las cuales pueden estar bien o mal definidas. En general, los problemas de naturaleza matemática son situaciones-problema con metas bien definidas...

Los datos consisten en la información numérica o verbal disponible con que cuenta el aprendiz para comenzar a analizar la situación problema. Al igual que las metas, los datos pueden ser pocos o muchos, pueden estar bien o mal definidos o estar explícitos o implícitos en el enunciado del problema...

Las restricciones son los factores que limitan la vía para llegar a la solución. De igual manera, pueden estar bien o mal definidos y ser explícitos o implícitos.

Los métodos u operaciones se refieren a los procedimientos utilizados para resolver el problema.²

Según Stanic y Kilpatrick (1988), los problemas han ocupado un lugar central en el currículo matemático escolar desde la antigüedad, pero la resolución de problemas, no. Sólo en estos últimos tiempos los que enseñan matemática han aceptado la idea de que el desarrollo de la habilidad para resolver problemas merece una atención especial. Junto con este paradigma de la resolución de problemas, sobrevino la confusión. El término "resolución de problemas" se ha convertido en un slogan que acompañó diferentes concepciones sobre qué es la educación, qué es la escuela, qué es la matemática y por qué debemos enseñar matemática en general y resolución de problemas en particular.

² Poggioli Lisette, **Serie enseñando a aprender, estrategias de resolución de problemas**, en <http://www.fpolar.org.ve/poggioli/poggioli51.htm>

Según este autor, la utilización de los términos “problema” y “resolución de problemas” ha tenido múltiples y a veces contradictorios significados a través de los años, los cuales se describen brevemente a continuación:

*Primer significado: resolver problemas como contexto.

Desde esta concepción, los problemas son utilizados como vehículos al servicio de otros objetivos curriculares, jugando cinco funciones principales:

1. *Como una justificación para enseñar matemática:* al menos algunos problemas relacionados con experiencias de la vida cotidiana son incluidos en la enseñanza para mostrar el valor de la matemática.
2. *Para proveer especial motivación a ciertos temas:* los problemas son frecuentemente usados para introducir temas, con el convencimiento implícito o explícito de que favorecerán el aprendizaje de un determinado contenido.
3. *Como actividad recreativa:* muestran que la matemática puede ser “divertida” y que hay usos entretenidos para los conocimientos matemáticos.
4. *Como medio para desarrollar nuevas habilidades:* se cree que, cuidadosamente secuenciados, los problemas pueden proporcionar a los alumnos, nuevas habilidades y proveer el contexto para discusiones relacionadas con algún tema.
5. *Como práctica:* la mayoría de las tareas matemáticas en la escuela caen en esta categoría. Se muestra una técnica a los alumnos y luego se presentan problemas de práctica hasta que se ha dominado la técnica.

Sin embargo, en cualquiera de estas cinco formas, los problemas son usados como medios para algunas de las metas señaladas arriba. Esto es, la resolución de problemas no es vista como una meta en sí misma, sino como facilitador del logro de otros objetivos y tiene una interpretación mínima: resolver las tareas que han sido propuestas.

*Segundo significado: resolver problemas como habilidad.

La mayoría de los desarrollos curriculares que ha habido bajo el término resolución de problemas a partir de la década de los 80 son de este tipo.

La resolución de problemas es frecuentemente vista como una de tantas habilidades a ser enseñadas en el currículo. Esto es, resolver problemas no rutinarios es caracterizado como una habilidad de nivel superior, a ser adquirida luego de haber resuelto problemas rutinarios (habilidad que a su vez, es adquirida a partir del aprendizaje de conceptos y habilidades matemáticas básicas).

Es importante señalar que, aún cuando en esta segunda interpretación del término los problemas son vistos como una habilidad en sí misma, las concepciones pedagógicas y epistemológicas que subyacen son precisamente las mismas que las señaladas en la interpretación anterior: las técnicas de resolución de problemas son enseñadas como un contenido, con problemas de práctica relacionados, para que las técnicas puedan ser dominadas.

*Tercer significado: resolver problemas es "hacer matemática".

Hay un punto de vista particularmente matemático acerca del rol que los problemas juegan en la vida de aquellos que hacen matemática. Consiste en creer que el trabajo de los matemáticos es resolver problemas y que la matemática realmente consiste en problemas y soluciones.

El matemático más conocido que sostiene esta idea de la actividad matemática es Polya.

Según éste autor, para un matemático que es activo en la investigación, la matemática puede aparecer algunas veces como un juego de imaginación: hay que imaginar un teorema matemático antes de probarlo; hay que imaginar la idea de la prueba antes de ponerla en práctica. Los aspectos matemáticos son primero imaginados y luego probados. Si el aprendizaje de la matemática tiene algo que ver con el descubrimiento en matemática, a los alumnos se les debe brindar alguna oportunidad de resolver problemas en los que primero imaginen y luego prueben alguna cuestión matemática adecuada a su nivel.

Para Polya, la pedagogía y la epistemología de la matemática están estrechamente relacionadas y considera que los alumnos tienen que adquirir el sentido de la matemática como una actividad; es decir, sus experiencias con la matemática deben ser consistentes con la forma en que la matemática es hecha.

Pero:

¿Qué es la resolución de problemas?

“Según Dijkstra (1991), la resolución de problemas es un proceso cognoscitivo complejo que involucra conocimiento almacenado en la memoria a corto y a largo plazo.

La resolución de problemas consiste en un conjunto de actividades mentales y conductuales, a la vez que implica también factores de naturaleza cognoscitiva, afectiva y motivacional.”³

Entenderemos por resolución a la **acción o proceso** de resolver el problema que tiene como fin una meta que llamaremos solución. La solución designará el resultado o efecto de la acción de resolver, siempre y cuando **verifique** las condiciones supuestas en el problema.

De un tiempo a esta parte, se han hecho extensas revisiones sobre la literatura de investigación en resolución de problemas matemáticos. De su lectura se puede concluir que la investigación en esta área comenzó siendo ateórica, asistemática, interesada casi exclusivamente en problemas standard y restringida a cuantificaciones sobre el comportamiento en resolución de problemas. En la actualidad, en cambio, usa un amplio rango de métodos (cuantitativos y cualitativos), abarca un amplio repertorio de problemas y tiene un sustento teórico.

En los últimos años, y sobre la base de las investigaciones anteriores, fue posible tener una visión más amplia a partir de la incorporación de conceptos como el de las interacciones sociales y el del aprendizaje significativo, que emergieron como cuestiones centrales.

Un recorrido por los principales resultados de investigación, revela cuatro áreas de indagación en las cuales se han hecho importantes progresos:

- a) La determinación de la dificultad en los problemas;
- b) Las distinciones entre buenos y malos resolutores de problemas;
- c) La instrucción en resolución de problemas y
- d) El estudio de la metacognición.

Los principales hallazgos consisten en la identificación de las variables causantes de la dificultad de los problemas, la interacción entre esas variables y su relación con las variables del sujeto; la distinción entre expertos y novatos y su caracterización; la determinación de algunos requisitos vinculados a la enseñanza en resolución de

³ Poggioli Lisette, **Serie enseñando a aprender, estrategias de resolución de problemas**, en <http://www.fpolar.org.ve/poggioli/poggioli51.htm>

problemas y variados intentos de indagar sobre el rol de la metacognición en la resolución de problemas.

Pero aun hoy algunos aspectos fundamentales permanecen sin dirección o no resueltos en el área de la resolución de problemas y en cada uno de los aspectos particulares relacionados con ella. Es por ello que:

a. Se necesita mucha más claridad sobre el significado del término *resolución de problemas*, que ha funcionado como un paraguas bajo el cual tipos radicalmente distintos de investigación han sido conducidos.

b. Con relación a los *recursos*, resta elaborar una interacción dinámica entre los recursos y otros aspectos del comportamiento al resolver problemas, es decir, analizar cómo interactúan los recursos con las estrategias, las creencias y las prácticas.

c. Con relación a las *heurísticas o estrategias*, mucho del trabajo teórico ya ha sido hecho, pero los temas que quedan pendientes tienen más que ver con la práctica y la implementación.

d. Con respecto a las *concepciones y creencias*, este campo ha re-emergido como foco de investigación y necesita una concentración de la atención. Está poco conceptualizado y necesita simultáneamente nuevas metodologías y nuevos marcos explicativos.

f. Con respecto a las *prácticas* y a los significados a través de los cuales son aprendidas, su importancia parece haber sido reconocida, pero lo único que se ofrece para explicarla es un pequeño número de bien descritos estudios de casos.

Factores que intervienen en el proceso de resolución de problemas matemáticos

Hasta el momento no hay ningún marco explicativo completo sobre cómo se interrelacionan los variados aspectos del pensamiento matemático. En este contexto, solo parece haber un acuerdo general sobre la importancia de estos cinco aspectos :

- a) El conocimiento de base**
- b) Las estrategias de resolución de problemas**
- c) Los aspectos metacognitivos**
- d) Los aspectos afectivos y el sistema de creencias**
- e) La comunidad de práctica**

a) El conocimiento de base (los recursos matemáticos)

Para entender el comportamiento individual de un sujeto puesto ante una situación matemática (ya sea de interpretación o de resolución de problemas), se necesita saber cuáles son las herramientas matemáticas que tiene a su disposición: ¿qué información relevante para la situación matemática o problema tiene disponible?, ¿cómo accede a esa información y cómo la utiliza?

En el análisis del rendimiento en situaciones de resolución de problemas, los aspectos centrales a investigar generalmente se relacionan con lo que el individuo sabe y cómo usa ese conocimiento, cuáles son las opciones que tiene a su disposición y por qué utiliza o descarta algunas de ellas. Desde el punto de vista del observador, entonces, el primordial es tratar de delinear el conocimiento de base de los sujetos que se enfrentan a la situación de resolución de problemas. Es importante señalar que en estos contextos, el conocimiento de base puede contener información incorrecta. Las personas arrastran sus conocimientos previos o sus limitaciones conceptuales a la resolución de problemas y esas son las herramientas con las que cuentan.

Los aspectos del conocimiento relevantes para el rendimiento en resolución de problemas incluyen: el conocimiento intuitivo e informal sobre el dominio del problema, los hechos, las definiciones y los procedimientos algorítmicos, los procedimientos rutinarios, las competencias relevantes y el conocimiento acerca de las reglas del lenguaje en ese dominio.

En suma, los hallazgos en la investigación señalan la importancia y la influencia del conocimiento de base (también llamado “recursos”) en resolución de problemas matemáticos. Estos esquemas de conocimiento son el vocabulario y las bases para el rendimiento en situaciones rutinarias y no rutinarias de resolución.

b) Las estrategias de resolución de problemas (heurísticas)

Las discusiones sobre las estrategias (o heurísticas) de resolución de problemas en matemática, comienzan con Polya, quien plantea cuatro etapas en la resolución de problemas matemáticos:

Primero: Comprender el problema: ¿cuál es la incógnita?, ¿cuáles son los datos?, ¿cuáles son las condiciones?, ¿es posible satisfacerlas?, ¿son suficientes para determinar la incógnita, o no lo son? ¿son irrelevantes, o contradictorias?, etc.

Segundo: Diseñar un plan: ¿se conoce un problema relacionado?, ¿se puede replantear el problema?, ¿se puede convertir en un problema más simple?, ¿se pueden introducir elementos auxiliares?, etc.

Tercero: Ponerlo en práctica: aplicar el plan, controlar cada paso, comprobar que son correctos, probar que son correctos, etc.

Cuarto: Examinar la solución: ¿se puede chequear el resultado?, ¿el argumento?, ¿podría haberse resuelto de otra manera?, ¿se pueden usar el resultado o el método para otros problemas?, etc.

c) Los aspectos metacognitivos

En el curso de una actividad intelectual, como por ejemplo, la resolución de problemas, en algún momento se hace un análisis de la marcha del proceso. Monitorear y controlar el progreso de estas actividades intelectuales son, desde el punto de vista de la psicología cognitiva, los componentes de la metacognición.

Hallazgos de investigación en educación matemática señalan que el desarrollo de la autorregulación en temas complejos es difícil y frecuentemente implica modificaciones de conducta (desaprender conductas inapropiadas de control aprendidas antes). Estos cambios pueden ser realizados pero requieren largos períodos de tiempo.

Los aspectos metacognitivos se relacionan, en suma, con la manera en que se seleccionan y despliegan los recursos matemáticos y las heurísticas de que se dispone.

d) Los sistemas de creencias

Las creencias, concebidas como la concepción individual y los sentimientos que modelan las formas en que el individuo conceptualiza y actúa en relación con la matemática, comenzaron a ocupar el centro de la escena en la investigación en educación matemática, a partir de la última década. Comúnmente, la matemática es asociada con la certeza; saber matemática y ser capaz de obtener la respuesta correcta rápidamente van juntas. Estos presupuestos culturales, son modelados por la experiencia escolar, en la cual hacer matemática significa seguir las reglas propuestas por el docente; saber matemática significa recordar y aplicar la regla correcta cuando el docente hace una pregunta o propone una tarea; y la “verdad” matemática es

determinada cuando la respuesta es ratificada por el docente. Las creencias sobre cómo hacer matemática y sobre lo que significa saber matemática en la escuela son adquiridas a través de años de mirar, escuchar y practicar.

Las creencias pueden ser consideradas la zona oscura o de transición entre los aspectos cognitivos y afectivos. Algunos estudios documentan cómo los docentes difieren ampliamente en sus creencias sobre la naturaleza y el sentido de la matemática, así como en su visión sobre cuáles son los objetivos más importantes de los programas escolares de matemática, el rol de los docentes y los estudiantes en las clases de matemática, los materiales de aprendizaje más apropiados, los procedimientos de evaluación, etc. Estas investigaciones también han mostrado que existen relaciones entre las creencias y concepciones de los docentes de matemática por una parte y sus visiones sobre el aprendizaje y la enseñanza de la matemática y su propia práctica docente, por otra.

Estas grandes diferencias en la visión de docentes sobre la naturaleza y el significado de la matemática, van desde considerarla como un cuerpo estático y unificado de conocimientos absolutos e infalibles, hasta considerarla como un campo de la creación y la invención humana en continua expansión.

Y una de las principales diferencias encontradas se relaciona con el rol de la resolución de problemas en la enseñanza de la matemática. Por otra parte, también observó discrepancias entre las creencias que profesan los docentes y la práctica de la enseñanza que realizan, lo que evidencia que las creencias de los docentes no se relacionan de una manera simple y directa con su comportamiento.

En suma, concientes o no, las creencias modelan el comportamiento matemático. Las creencias son abstraídas de las experiencias personales y de la cultura a la que uno pertenece. Esto conduce a la consideración de la *comunidad de práctica de la matemática*, como el último, pero no por eso el menos importante, de los aspectos a considerar.

e) La comunidad de práctica

Un gran cuerpo de literatura surgida en los últimos años, considera al aprendizaje matemático como una actividad inherentemente social (tanto como cognitiva), y como una actividad esencialmente constructiva, en lugar de receptiva.

Hacia mediados de los 80, se produce una extensión de la noción de constructivismo desde la esfera puramente cognitiva, donde fue hecha la mayor parte de la investigación, hacia la esfera social. Muchas líneas de investigación cognitiva, se orientan entonces hacia la hipótesis de que desarrollamos hábitos y habilidades de interpretación y construcción de significados, a través de un proceso más concebido como de socialización que como de instrucción.

Esta perspectiva cultural es relativamente nueva en la literatura relacionada con la educación matemática. La idea principal, es que la comunidad a la que uno pertenece modela el desarrollo del punto de vista de sus miembros. Es decir, el aprendizaje es culturalmente modelado y definido: las personas desarrollan su comprensión sobre cualquier actividad a partir de su participación en lo que se ha dado en llamar la “comunidad de práctica”, dentro de la cual esa actividad es realizada. Las lecciones que los alumnos aprenden acerca de la matemática en el aula son principalmente culturales y se extienden más allá del espectro de los conceptos y procedimientos matemáticos que se enseñan: lo que se piensa que la matemática es, determinará los entornos matemáticos que se crearán y aún la clase de comprensión matemática que se desarrollará.

Se observa actualmente una tendencia a realizar investigaciones en educación matemática más centradas en entornos de aprendizaje naturales. Estas líneas de investigación son mucho más amplias en cuanto a orientación y alcance, abarcando las tradiciones etnográficas, etnometodológicas y la psicología cultural. Está empezando a surgir una teoría de las situaciones cognitivas que adopta la naturaleza *distribuida* de la cognición como punto de partida. En estas teorías, se considera que la cognición se comparte con otros individuos así como con otras herramientas y artefactos: el pensamiento está situado en un contexto particular de intenciones, compañeros y herramientas.

Algunos aspectos de la cognición distribuida socialmente son, potencialmente, de gran relevancia para la instrucción y la enseñanza. Uno de ellos es el concepto de aprendizaje interactivo como una interiorización de procesos que inicialmente han sido practicados en interacción con otros. Esto sugiere que una parte crucial del trabajo del educador consiste en diseñar cuidadosamente interacciones que favorezcan la interiorización de estrategias determinadas, formas de razonamiento y posturas conceptuales.

El co-constructivismo caracteriza el desarrollo como una construcción conjunta de la persona, orientada por los “otros sociales”, en un entorno estructurado. Ello comporta una nueva unidad de análisis en psicología y educación: la persona que construye significados actuando en un entorno estructurado e interactuando con otras personas de forma intencional.

¿Cómo tiene lugar tal construcción? Los dos modelos más conocidos en la interpretación de las relaciones entre lo social, lo cultural y lo personal son: el modelo de los encuentros esporádicos entre individuo y sociedad y el de interacción, que implica una negociación de significados compartidos en el contexto de actividades socioculturales. Sin embargo, un tercer modelo es posible: el de las prácticas sociales y

culturales “situadas”, que tiene referencias sociológicas, antropológicas, lingüísticas e históricas.

Este tercer modelo considera al aprendizaje como emergente de la participación en dichas prácticas e incorpora a la vez al individuo y a sus condiciones objetivas. El énfasis en las prácticas va acompañado de un énfasis en el aspecto activo de la aprehensión del mundo: los objetos de conocimiento son construidos y no pasivamente registrados, así como los objetos culturales no se adquieren por su mera contemplación. Desde este tercer modelo, el de las prácticas situadas, es posible una integración de lo cultural, lo social y lo individual.

En síntesis, se puede afirmar que cada uno de los aspectos analizados hasta aquí que intervienen en la resolución de problemas, es en sí mismo coherente y dentro de ellos la investigación ha producido interesantes ideas sobre los mecanismos principales. Pero todavía se comprende poco acerca de las interacciones entre estos aspectos y menos acerca de cómo confluyen todos en dar a un individuo su particular sentido de la actividad matemática, su “punto de vista matemático”.

Si se quiere comprender cómo se desarrolla la perspectiva matemática, se debe encarar la investigación en términos de las comunidades matemáticas en las cuales los estudiantes y los docentes conviven, y en las prácticas que se realizan en esas comunidades. El rol de la interacción con los otros será central en la comprensión del aprendizaje.

Es necesaria también una nueva aproximación a los factores afectivos, que considere a los alumnos como individuos con un sistema de creencias o visión del mundo particular. Comprender esa visión del mundo en toda su complejidad es una tarea difícil; las reacciones afectivas hacia la matemática ocurren dentro de una estructura relacionada con cómo se concibe al mundo en general. Es necesario conectarse entonces con las diferencias individuales y culturales en sus respuestas hacia la matemática

La representación en la resolución de problemas

Un aspecto importante a tener en cuenta en el proceso de resolución de problemas es la representación. Esta consiste en la transformación de la información presentada a una forma más fácil de almacenar en el sistema de la memoria, e incluye la identificación de las metas y los datos. La representación también ha sido denominada espacio del problema para referirse a las representaciones mentales de los individuos acerca de su estructura y de los hechos, conceptos y relaciones del mismo.

A continuación se presenta un ejemplo para ilustrar cómo se puede representar un problema en la memoria:

Un colectivo parte de la estación en la mañana. Se detiene en la primera parada y suben 5 personas. Sigue hasta la próxima parada y allí suben 6 personas. Continúa hasta la siguiente parada y suben 4 personas. En la próxima parada, suben 5 personas y se bajan 3. En la siguiente parada, suben 5 personas y se bajan 4. En la parada siguiente, suben 6 personas y se baja 1. La próxima vez, suben 3 personas y se bajan 2. La vez siguiente, se bajan 2 personas y no sube nadie. En la siguiente parada nadie espera el colectivo, de manera tal que este no se detiene. En la próxima parada, suben 10 personas y se bajan 3. En la siguiente, suben 3 personas y se bajan 6.

Finalmente, el colectivo llega a la Terminal.

¿Cuántas paradas hay en la ruta del colectivo?

La tendencia más común es que la mayoría de los alumnos puedan decir cuántas personas llegan a la parada final, cuántas subieron o cuántas bajaron, pero muy pocos están en capacidad de indicar cuántas paradas hay en la ruta del colectivo, debido a que seleccionaron la información numérica como datos importantes y la representaron internamente en la forma de operaciones aritméticas.

En términos de los procesos involucrados en la resolución de problemas, esto sucede porque la meta del problema no estaba bien definida a pesar de que había datos numéricos explícitos precisos. El énfasis sobre el número de personas que suben y bajan del autobús hace posible que los estudiantes piensen que tienen que hacer algo con esos datos y, en tal sentido, construyen una meta la cual se representa como el logro de una cantidad total. Esta decisión conduce a los alumnos a seleccionar cierta

información como relevante (número de personas que suben y bajan del colectivo) e ignorar otra (número de paradas del colectivo).

Una estrategia adecuada para resolver problemas consiste en traducir cada oración del enunciado del problema a una representación mental interna y, luego, organizar la información relevante en una representación mental coherente de la situación descrita en dicho enunciado. En este sentido, se puede señalar que las representaciones mentales, adecuadas o inadecuadas, utilizadas por los individuos para resolver problemas, pueden facilitar o inhibir la solución.

Según una investigación publicada en la revista de educación matemática (vol. 15, num.3, diciembre 2003); en la resolución de un problema, la actividad cognitiva se desarrolla en dos vertientes, una relativa a la representación, la otra relativa a la acción. Evidentemente estas dos vertientes están estrechamente ligadas. En esta construcción intervienen varios procesos que están naturalmente concatenados y no son sucesivos:

*Un proceso de interpretación y de selección

A partir del contexto semántico que se le propone, el sujeto realiza una selección de las informaciones que le parecen pertinentes. Esta selección está en relación con sus conocimientos anteriores disponibles en un doble movimiento, de los conocimientos disponibles hacia las informaciones y de las informaciones hacia los conocimientos disponibles, desencadenados por la consideración de las informaciones.

*Un proceso de estructuración

El contenido de las representaciones no es un conjunto de entidades disjuntas. Las representaciones están fuertemente organizadas, su contenido constituye “un todo” que tiene su funcionamiento y su lógica propios. La cuestión consiste en saber cómo se efectúa la estructuración de la representación. Intervienen varios factores: el contexto semántico y los conocimientos anteriores que éste permite movilizar, las analogías con otros problemas que él induce (los problemas encontrados con anterioridad se almacenan en la memoria y desempeñan un papel de “esquemas de problemas” que forman parte de los conocimientos puestos en funcionamiento por el sujeto en el momento de conocer el enunciado del problema), pero también los procedimientos y las estrategias puestos en marcha progresivamente conforme se van haciendo intentos de resolución.

*Un proceso de operacionalización

La representación de la situación en la resolución de un problema tiene como propósito permitirnos actuar para alcanzar el objetivo propuesto. El proceso de operacionalización es el que permite el paso a la acción, ya sea que se trate de una acción efectiva (hacer el cálculo, un esquema) o de una acción mental (hacer deducciones, emitir una hipótesis). Este paso a la acción resulta de la aplicación de los conocimientos operatorios que provienen de nuestra experiencia. Recíprocamente, el hecho de actuar va a tener una influencia sobre la representación, especialmente sobre su estructuración, lo cual permitirá también integrar nuevos elementos, ya que, al transformar la situación inicial, la acción va a transformar el contenido de la representación y también, tendrá una repercusión sobre el control de la pertinencia de la representación con respecto al objetivo por alcanzar. Este proceso de operacionalización se manifiesta especialmente en el tanteo.

La representación puede ser más o menos operacional, es decir, puede hacer más o menos fácil la elaboración de un procedimiento o de una estrategia.

La cuestión del paso de la representación a la acción todavía no se conoce bien, pero pueden citarse algunos casos en los que este paso parece facilitarse.

El primero es el caso en el que los conocimientos operatorios se pueden poner en movimiento de inmediato ya que hay un reconocimiento por parte del sujeto del tipo de problema. Éste es el caso en particular de los problemas que son objeto de un entrenamiento específico.

El segundo es el caso de los problemas en los que es posible desarrollar una gran cantidad de acciones, hacer numerosos ensayos, ya que en este caso la representación inicial se enriquece y puede estructurarse.

El tercero es el caso más frecuente en matemáticas. Es el caso en el que los conocimientos adquiridos anteriormente y que se pueden poner en movimiento permiten modelizar la situación y trabajar con el modelo mediante modos de representación simbólica más operacionales que el lenguaje: esquemas, cuadros, diagrama, escrituras aritméticas. En efecto, el proceso de modelización simplifica la representación, la vuelve considerablemente más operacional y permite el control de la pertinencia.

Diferencias en las representaciones de expertos y novatos

En la literatura sobre la resolución de problemas se pueden distinguir dos tendencias: una que enfatiza el proceso de resolución y otra que resalta el conocimiento base del individuo que resuelve el problema, particularmente la organización de ese conocimiento. En este sentido, podría señalarse que ha habido un cambio en el foco de interés en esta área, el cual ha pasado del análisis de las estrategias generales más o menos independientes de un dominio del conocimiento -como es el caso de los pasos sugeridos por Polya al conocimiento base referido al área en la cual el individuo resuelve el problema, como por ejemplo, el conocimiento de la matemática, de la física o de la química, necesario para resolver problemas en estas disciplinas.

Resolver problemas en áreas o dominios específicos requiere, por lo tanto, del conocimiento de la disciplina involucrada. Sin embargo, se ha puesto en evidencia que la sola presencia del conocimiento almacenado en el sistema de memoria, no implica necesariamente que éste vaya a estar disponible en el momento de resolver el problema.

En años recientes, los investigadores en el área de la resolución de problemas han examinado la ejecución de individuos en tareas que requieren muchas horas de aprendizaje y de experiencia. Los estudios sobre la experticia han focalizado su interés en el examen de las diferencias experto/novato en diferentes áreas del conocimiento.

Los resultados de los estudios realizados conducen a pensar que existen altos niveles de competencia en términos de la interacción entre la estructura de conocimiento del sujeto y sus habilidades de procesamiento, y señalan que las relaciones entre la estructura del conocimiento base y los procesos en la resolución de problemas están mediadas por la calidad de su representación .

Las estrategias de resolución de problemas

Las estrategias para resolver problemas se refieren a las operaciones mentales utilizadas por los alumnos para pensar sobre la representación de las metas y los datos, con el fin de transformarlos en metas y obtener una solución. Las estrategias para la resolución de problemas incluyen los métodos heurísticos, los algoritmos y los procesos de pensamiento divergente.

A. Los métodos heurísticos

Los métodos heurísticos son estrategias generales de resolución y reglas de decisión utilizadas por los solucionadores de problemas, basadas en la experiencia previa con problemas similares. Estas estrategias indican las vías o posibles enfoques a seguir para alcanzar una solución.

Los procedimientos heurísticos son acciones que ofrecen la posibilidad de seleccionar estrategias que nos acercan a una solución.

Los métodos heurísticos pueden variar en el grado de generalidad. Algunos son muy generales y se pueden aplicar a una gran variedad de dominios, otros pueden ser más específicos y se limitan a un área particular del conocimiento. La mayoría de los programas de entrenamiento en solución de problemas enfatizan procesos heurísticos generales como los planteados por Polya .

Entre los procedimientos heurísticos generales se pueden mencionar los siguientes:

- **Trabajar en sentido inverso** (working backwards). Este procedimiento implica comenzar a resolver el problema a partir de la meta o metas y tratar de transformarlas en datos, yendo de la meta al principio. El procedimiento heurístico es utilizado en geometría para probar algunos teoremas; se parte del teorema y se trabaja hacia los postulados. Es útil cuando el estado-meta del problema está claro y el inicial no.
- **Subir la cuesta** (hill climbing). Este procedimiento consiste en avanzar desde el estado actual a otro que esté más cerca del objetivo, de modo que la persona que resuelve el problema, al encontrarse en un estado determinado, evalúa el nuevo estado en el que estará después de cada posible movimiento, pudiendo elegir aquel que lo acerque más al objetivo. Este tipo de procedimiento es muy utilizado por los jugadores de ajedrez.
- **Análisis medios-fin** (means-ends analysis). Este procedimiento permite al que resuelve el problema trabajar en un objetivo a la vez. Consiste en descomponer el problema en submetas, escoger una para trabajar, y solucionarlas una a una hasta completar la tarea eliminando los obstáculos que le impiden llegar al estado final.

El que resuelve el problema debe hacerse las siguientes preguntas: ¿cuál es mi meta?, ¿qué obstáculos tengo en mi camino?, ¿de qué dispongo para superar estos obstáculos?.

B. Los algoritmos

Los algoritmos son procedimientos específicos que señalan paso a paso la solución de un problema y que garantizan el logro de una solución siempre y cuando sean relevantes al problema.

De esta manera, el algoritmo se diferencia del heurístico en que este último constituye sólo “una buena apuesta”, ya que ofrece una probabilidad razonable de acercarnos a una solución. Por lo tanto, es aceptable que se utilicen los procedimientos heurísticos en vez de los algorítmicos cuando no conocemos la solución de un problema.

C. Los procesos de pensamiento divergente

Los procesos de pensamiento divergente permiten la generación de enfoques alternativos a la solución de un problema y están relacionados, principalmente, con la fase de inspiración y con la creatividad.

La adquisición de habilidades para resolver problemas ha sido considerada como el aprendizaje de sistemas de producción que involucran tanto el conocimiento declarativo como el procedimental. Existen diversos procedimientos que pueden facilitar o inhibir la adquisición de habilidades para resolver problemas, entre los cuales se pueden mencionar:

- Ofrecer a los estudiantes representaciones metafóricas.
- Permitir la verbalización durante la solución del problema.
- Hacer preguntas.
- Ofrecer ejemplos.
- Ofrecer descripciones verbales.
- Trabajar en grupo.
- Utilizar auto-explicaciones

Fases en la resolución de problemas

El matemático George Polya trabajó mucho sobre las estrategias o procedimientos para resolver problemas de todo tipo.

En la resolución de problemas, Polya distingue cuatro fases relativamente independientes, que son:

1. COMPRENDER EL PROBLEMA
2. IDEAR UN PLAN,
3. EJECUTAR EL PLAN,
4. VERIFICAR LOS RESULTADOS

Reconocer estas fases puede ayudar para identificar dificultades y orientar a los alumnos en la comprensión, elaboración de conjeturas, selección de estrategias, elaboración y ejecución del plan y, lo más importante, análisis y reflexión crítica sobre los resultados obtenidos.

Estas cuatro fases propuestas por Polya servirán de guía para medir las dificultades que presentan los alumnos en la resolución de problemas propuestos en este trabajo. Por ello es preciso definir cada una de ellas.

FASE 1: COMPRENDER EL PROBLEMA

Para saber que el problema se comprende, hay que cerciorarse de que se conocen las incógnitas, los datos y las condiciones en que se relacionan. Para ello es fundamental "concretar" el problema, es decir, encontrar un modo de representarlo a través de gráficos, diagramas, planteos simbólicos, u otros. Encontrar una representación adecuada forma parte del proceso de comprensión del problema y funciona como una estrategia anticipatoria para su resolución. El desarrollo de esta primera fase demanda que los alumnos:

- Lean comprensivamente el problema.*
- Establezcan qué es lo que se les pide y cuáles son los datos del problema.*
- Intercambien posibles interpretaciones.*
- Representen el problema de diferentes modos para elegir el más adecuado.*

Una vez comprendido el problema, puede ser resuelto mediante la aplicación de algún modelo matemático conocido o, si esto no es posible, se pasa a la fase 2.

FASE 2: IDEAR UN PLAN.

Algunas estrategias que pueden servir para proponer conjeturas y estrategias son:

- Recordar problemas conocidos de estructura análoga al que se tiene delante, e intentar usar el camino ya recorrido.*
- Pensar un problema con el mismo tipo de incógnita y que sea más sencillo.*
- Simplificar el problema descomponiéndolo en partes o etapas más sencillas y manejables, de acuerdo a los datos disponibles.*

Tenemos un planchando sabemos "a grosso modo", qué cálculos, qué razonamientos o construcciones habremos de efectuar para determinar la incógnita. De la comprensión del problema a la concepción del plan, el camino puede ser largo y tortuoso. De hecho, lo esencial es la solución de un problema es el concebir la idea de un plan.

FASE 3: EJECUTAR EL PLAN.

El plan proporciona una línea general, pero no asegura que los detalles encajen perfectamente entre sí. En esta fase se pone en práctica el plan, y es necesario ser muy cuidadoso y estar atento a los posibles errores, para analizarlos y corregirlos.

FASE 4: VERIFICAR LOS RESULTADOS.

Esta es una etapa que algunas veces suele dejarse de lado. Una vez encontrada alguna respuesta existe, en casi todas las personas, una tendencia generalizada a darse por satisfecho. Sin embargo, la solución hallada puede ser errónea, por diferentes causas: errores de cálculo, errores en la selección de operaciones, dificultades en la comprensión y otras.

La fase de revisión requiere, por un lado, mirar atrás para comprobar lo que se ha hecho y reflexionar sobre los momentos claves y, por el otro lado, mirar hacia adelante para tratar de generalizar el proceso y los resultados a un contexto más amplio, con conciencia de qué es lo que se ha hecho, y por qué.

Tener el hábito de revisar los problemas, de confirmar la solución implica tomar conciencia de que no siempre la primera es la correcta. Este procedimiento se relaciona con la etapa de "relectura" de textos, donde el lector se asegura de haber entendido lo que el autor quiere decir. Si junto a esta toma de conciencia, se le brindan al alumno estrategias que le permitan determinar por sí mismo la corrección de las respuestas, podrá ir construyendo un pensamiento independiente. Es decir, podrá "saber" y también "saber que sabe", sentimiento básico para aumentar la confianza en sí mismo, la autovaloración y la autoevaluación. Algunas estrategias que los alumnos pueden ensayar en esta fase son:

- Tratar de resolver el problema de un modo diferente y comparar los resultados.*
- Verificar las implicaciones de la solución; es decir pensar qué otras cosas deberán ser ciertas si la solución es correcta.*
- Observar si el resultado obtenido es coherente con los datos del problema.*
- Analizar cada uno de los pasos efectuados.*
- Exponer las diferentes propuestas de solución al resto de la clase, para compararlas, criticarlas y seleccionar las correctas, fundamentando la decisión.*

Esto puede ayudar a valorar diferentes estrategias de resolución, a utilizar el error en su rol constructivo, a tomar conciencia de la frecuencia de las respuestas incorrectas y de la importancia de determinar las causas de las mismas.

Para que esto sea posible es necesario que los docentes nos atrevamos a dejar de lado los famosos "problemas-tipo", y que propongamos todo tipo de problemas; intentando desarrollar nuestras clases en una atmósfera amable, pluralista, respetuosa de la diversidad de ideas y de tiempos, solidaria, responsable y crítica."⁴

En cuanto a los errores mas recurrentes en cada uno de estos pasos son:

Una incompleta comprensión del problema, producto de una falta de concentración. Con respecto a la concepción del plan y la obtención de la idea general de la solución, dos defectos opuestos son frecuentes. Unos alumnos se lanzan a hacer cálculos y construcciones sin ningún plan, sin ninguna idea general; otros esperan a que la idea venga a su mente, sin hacer nada que acelere su llegada. Llevando a cabo el plan, el defecto más frecuente es la negligencia, la falta de paciencia en la verificación de los detalles principales. Es muy frecuente que los alumnos no verifiquen el resultado en lo absoluto; están satisfechos de haber encontrado una respuesta, cierran su cuaderno y no les choca el resultado mas inverosímil.

⁴ Polya George, "**Como plantear y resolver problemas**", Méjico, Trillas, 1972.

Estructuras mentales en la resolución de problemas

Para poder entender como llega el alumno a resolver problemas, primero debemos establecer como el alumno progresa internamente en su nivel de pensamiento.

El paradigma de la didáctica francesa en la cual se basa éste trabajo, adopta los conceptos desarrollados por la teoría genética de Jean Piaget, denominada en forma general Epistemología Genética. La misma intenta explicar el curso del desarrollo intelectual humano desde la fase inicial del recién nacido, donde predominan los mecanismos reflejos, hasta la etapa adulta caracterizada por procesos conscientes de comportamiento regulado y hábil.

El sistema piagetiano, así como sus evidencias empíricas, han dado respuestas a muchas interrogantes de la Psicología Cognoscitiva en general y el procesamiento de la información en particular, que otros no pudieron satisfacer.

Sus objetivos, formulados con notable precisión, consistían en primer lugar, en descubrir y explicar las formas mas elementales del pensamiento humano desde sus orígenes y segundo seguir su desarrollo ontogenético hasta los niveles de mayor elaboración y alcance, identificados por él con el pensamiento científico en los términos de la lógica formal.

Para lograr estos objetivos, Piaget partió de modelos básicamente biológicos, aunque su sistema de ideas se relaciona de igual forma con la filosofía –en especial con la teoría del conocimiento- y con otras ciencias, como la lógica y la matemática.

Así se explica la denominación de Epistemología a esta corriente en el sentido de que enfatiza el propósito principal: comprender como el hombre alcanza un conocimiento objetivo de la realidad, a partir de las estructuras más elementales presentes desde su infancia.

El concepto de inteligencia como proceso de adaptación. Conceptos de asimilación, acomodación y equilibrio.

Toda conducta se presenta como una adaptación o como una readaptación, el individuo no actúa sino cuando el equilibrio se halla momentáneamente roto entre el medio y el organismo: la acción tiende a restablecer ese equilibrio, a readaptarse el organismo.

Una conducta constituye un caso particular de intercambio entre el exterior y el sujeto; pero contrariamente a los intercambios fisiológicos, que son de orden material y suponen una transformación interna de los cuerpos que se enfrentan, las “conductas” son de orden funcional y operan a distancia cada vez mayor en el espacio y en el tiempo. Si existen distintos niveles de intercambio entre el sujeto y su medio, la inteligencia va a ser conceptualizada como la forma superior de esos intercambios.

Piaget parte de la base de considerar la inteligencia como un proceso de adaptación que verifica permanentemente entre el individuo y su ámbito socio cultural, este proceso dialéctico implica dos momentos inseparables y simultáneos:

1. La transformación del medio por la acción del sujeto; permanentemente el individuo intenta modificar el medio para asimilarlo a sus propias necesidades, es lo que Piaget denomina **asimilación**.

2. La continua transformación del sujeto, a partir de las exigencias del medio. Cada nuevo estímulo proveniente del medio o del propio organismo implica una modificación de los esquemas mentales preexistentes, a los fines de acomodarse a la nueva situación. Es lo que Piaget denomina **acomodación**.

Si se tiene en cuenta esta interacción de los factores internos y externos entonces toda conducta es una asimilación de lo dado a los esquemas anteriores y toda conducta es, al mismo tiempo, una acomodación de estos esquemas a la actual situación. De ello que resulta la teoría del desarrollo apela necesariamente a la noción de equilibrio. Puesto que toda conducta tiende a asegurarse un equilibrio entre los factores internos y externos o de forma más general, entre asimilación y la acomodación.

Asimilación y Acomodación: Son dos procesos permanentes que se dan a lo largo de toda la vida, pero las estructuras mentales no son invariantes, puesto que cambian a lo largo del desarrollo. Pero aunque cambien permanecen como estructuras organizadas.

Las estructuras mentales de cada periodo tienen una forma característica de equilibrio, pero lo que subraya Piaget es que las formas de equilibrio tienden a ser cada vez más estables que las anteriores. Esto significa una evolución de los intercambios entre el individuo y el medio, que va desde una mayor rigidez hasta una completa movilidad. Si pensamos cuales son las posibilidades de respuesta al medio de un bebé recién nacido, vemos que son absolutamente rígidas, ya que solo cuenta con algunos reflejos, entonces va a asimilar cualquier objeto del medio a ese único esquema de acción de que dispone: Succionar. En cambio, si pensamos en una persona que ha completado el desarrollo de sus estructuras intelectuales, veremos que dispone de una multiplicidad de imaginarias o inexistentes. El equilibrio es, por lo tanto, móvil y estable.

El desarrollo psíquico que inicia con el nacimiento y finaliza con la edad adulta es comparable al crecimiento orgánico.

Toda explicación psicológica termina tarde o temprano por apoyarse en la biología o en la lógica. Piaget describe algunas características que definen la noción de estadio:

1. Para que podamos hablar de estadio, es necesario que el orden de sucesión sea constante. Lo que no varía es el orden en que se van produciendo las adquisiciones, lo constante es el orden en que ocurre.

2. Los estadios tienen un carácter integrativo.

3. Cada estadio se caracteriza por ser una estructura de conjunto. Conociendo las leyes que rigen esa estructura podemos dar cuenta de todas las conductas propias de ese estadio.

4. Un estadio supone un nivel de preparación y un nivel de culminación.

5. En cada estadio es posible reconocer procesos de formación de génesis y formas de equilibrio final. Estas últimas son las que van a mantener durante el resto de la vida una vez establecidas.

Los estadios que describe Piaget se pueden agrupar en **tres grandes periodos**:

- El periodo de la inteligencia sensorio- motriz.
- El periodo de la inteligencia representativa o preoperatorio.
- El periodo de la inteligencia operatoria.

A cada uno de estos periodos los define un eje alrededor del cual se estructuran las adquisiciones propias de ese momento evolutivo. Dichos ejes son la acción, la representación y la operación.

Las acciones constituyen la forma más elemental de funcionamiento psicológico y constituyen el origen de las formas posteriores que adoptan las estructuras intelectuales. Podría decirse que la acción esta en la base de todo conocimiento posible, que es a partir de ella que se comienza a conocer el mundo y a si mismo. Es importante destacar que en tanto la acción es una forma de conocimiento, la primera.

Los aspectos principales del esquema piagetiano, pudieran resumirse en las siguientes ideas:

- La categoría fundamental para comprender la relación entre un sistema vivo y su ambiente es el equilibrio. En un medio altamente cambiante, cualquier organismo vivo debe producir modificaciones tanto de su conducta (adaptación) como de su estructura interna (organización) para permanecer estable y no desaparecer. Esta característica vital no solo se corresponde con la existencia biológica sino que es igualmente aplicable a los procesos del conocimiento, considerados por tanto como procesos que tienden al equilibrio más efectivo entre el hombre y su medio.

- La relación causal entre estos dos tipos de modificaciones (conducta externa y estructura interna) se produce a partir de las acciones externas con objetos que manipula el niño, las cuales mediante un proceso de interiorización, se transforman paulatinamente en estructuras intelectuales internas, ideales. El proceso de interiorización de estas estructuras, Piaget lo explica a través de la elaboración de una teoría del desarrollo y de sus estadios correspondientes.

Volviendo a la clasificación de los estadios de la inteligencia, se considera importante caracterizar el llamado “Período de las operaciones concretas” dentro del cual se encuentran los niños que integrarán esta investigación.

Período Operatorio Concreto

El sujeto de las Operaciones Concretas adquiere como logro más relevante la capacidad de reversibilidad ya que se interioriza la coordinación de esquemas representativos.

La reversibilidad es la capacidad de no incurrir en contradicciones lógicas, de poder ejecutar una misma acción en los dos sentidos de su recorrido. Esta se presenta en dos formas: por inversión o negación y por compensación o reciprocidad. La primera de ellas es la operación directa y su anulación a través de su inversa, donde el producto es la operación nula. La reversibilidad por reciprocidad consiste en la compensación de las diferencias, donde el producto es una equivalencia. Ambas se manejan en forma sucesiva pero no en simultáneo.

Si bien la reversibilidad le permite operar con los objetos concretos (aún sin una configuración perceptiva determinada), lo cual implica el alcance de un nivel de abstracción reflexiva por sobre la abstracción empírica (las invariantes nocionales pasan a ser estables), solo puede hacerlo dentro de un agrupamiento. Es decir, que aplica las dos reversibilidades sucesivamente al dominio de las clases (lógica de clases) y al de las relaciones (lógica de relaciones); no pudiendo coordinar entre sí los agrupamientos; esto constituye el nivel de equilibración de este período.

Las operaciones concretas están siempre ligadas a la acción; el niño no puede razonar por proposiciones verbales, no se elaboran teorías, y lo real supera a lo posible.

Este período se define estructuralmente por los agrupamientos que son, grupos incompletos (sistemas de conjunto) porque no llegan a aplicar las dos reversibilidades en un sistema único, por eso procede dominio por dominio.

Es necesario tener en cuenta, que según esta tendencia, los conocimientos se apoyan en determinadas operaciones intelectuales que son construidas por el individuo, siguiendo procesos evolutivos, por lo que la enseñanza debe tenerlos en cuenta, para poder asegurar que los conocimientos que se ofrezcan al alumno puedan ser integrados a su sistema de pensamiento: si esto no ocurre, los mismos se convertirán en inoperantes. El niño logrará realizar correctamente tareas o ejercicios escolares, pero de manera mecánica, ya que todavía no ha desarrollado las bases intelectuales que le permitan la comprensión lógica de los mismos.

El papel de la escuela en esta propuesta, consiste en estimular el desarrollo de las aptitudes intelectuales del niño, que le permitan el descubrimiento de los conocimientos.

La enseñanza debe tener en cuenta el ritmo evolutivo y organizar situaciones que favorezcan el desarrollo intelectual, afectivo y social del alumno, posibilitando, el descubrimiento personal de los conocimientos y evitando la transmisión estereotipada de los mismos.

En consecuencia con esto, el maestro asume las funciones de orientador, guía o facilitador del aprendizaje, ya que a partir del conocimiento de las características psicológicas del individuo en cada periodo del desarrollo, debe crear las condiciones óptimas para que se produzca una interacción constructiva entre el alumno y el objeto del conocimiento. Esto se logra observando cual es la forma de pensar del niño y creando situaciones de contraste que originen contradicciones que el sujeto sienta como tales y que lo estimulen a dar una solución mejor. Debe evitar, siempre que sea posible, ofrecer la solución a un problema o transmitir directamente un conocimiento, ya que esto impediría que el estudiante lo describiese por si mismo. Otra de sus funciones, es hacer que el alumno comprenda que no solo puede llegar a conocer a través de otros (maestros, libros), sino también por si mismo, observando, experimentando, combinando los razonamientos.

Este marco teórico si bien se apoya en el desarrollo de determinadas operaciones intelectuales individuales de acuerdo a estadios del desarrollo, toma como punto de partida las características de dichos estadios, que son internos, para favorecer aprendizajes significativos en el niño (que se ofrecen desde lo externo)

En cuanto al aprendizaje significativo, el máximo exponente es Ausubel, para quien el conocimiento previo es el principal factor aislado que influencia en la adquisición de nuevos conocimientos. El aprendizaje significativo se caracteriza por la interacción entre el nuevo conocimiento y el conocimiento previo.

Los profesores son mediadores y su tarea es la de ayudar al alumno a desarrollar un repertorio de esquemas.

Una vez que una nueva situación deja de serlo el presentárselo repetidamente, el individuo adquiere un dominio sobre esta clase, dando lugar a una organización invariante de su conducta y eso es un esquema.

La teoría de Ausubel sobre aprendizaje significativo es tomada por Vergnaud, como punto de partida para el desarrollo de su teoría sobre los "Campos conceptuales"

Vergnaud se interesó en el estudio de las estructuras aditivas y multiplicativas. Para él es de gran importancia el concepto de esquema introducido por Piaget y que es fundamental en su teoría.

Según Vergnaud campo conceptual es:

“el conjunto informal y heterogéneo de problemas, situaciones, conceptos, relaciones, estructuras, contenidos y operaciones del pensamiento, conectados unos con otros, y probablemente, entrelazadas durante el proceso de adquisición “.⁵

Para dominar un campo conceptual es necesario varios años.

La teoría de campos conceptuales es una teoría neo-piagetiana.

Idea de esquema:

Llama esquema a la organización invariante del comportamiento para determinada clase de situaciones y es donde se deben investigar los conocimientos en acción del sujeto, es decir, los elementos cognitivos que hacen que la acción del sujeto sea operativa.

Esquema es el concepto introducido por Piaget para dar cuenta de las formas de organización como las habilidades sensorio-motoras y de las habilidades intelectuales. Un esquema debe generar acciones y debe contener reglas.

Hay esquemas perceptivos-gestuales como el de contar objetos, esquemas verbales como el de hacer un discurso y esquemas sociales como el de seducir a otra persona o resolver un conflicto. Los algoritmos son esquemas pero no todos los esquemas son algoritmos cuando un algoritmo se repite muchas veces se convierte en un esquema ordinario o hábito.

Nuevos esquemas no pueden ser desarrollados sin nuevos invariantes operativos. El lenguaje y los símbolos son importantes en este proceso de acomodación, el acto mediador del profesor es de proveer situaciones fructíferas a los alumnos. Un concepto se forma significativamente a través de una variedad de situaciones y el papel mediador del profesor es esencial.

Las concepciones previas son importantes para la adquisición de nuevos conceptos aunque ciertos conceptos solo pueden ser construidos si ciertas concepciones previas son abandonadas ya funcionan como obstáculo epistemológico.

Es aquí donde las ideas de Vergnaud sobre el papel del conocimiento previo, se relacionan con la teoría del aprendizaje significativo de Ausubel.

⁵Vergnaud G., *“Le moniteur de mathématiques, résolutions de problème”*, Nathan, 1997.

Clasificación de problemas de estructura aditiva

Este trabajo de investigación se enmarcará y guiará en relación a la teoría de los campos conceptuales de los problemas aditivos, desarrollada por Vergnaud, los cuales son definidos por dicho autor de la siguiente manera:

*“Los problemas de estructura aditiva son todos aquellos para cuya resolución intervienen sumas o restas y no pueden estudiarse en forma separada, pues pertenecen a una misma familia, a un mismo “campo conceptual”.*⁶

Vergnaud propone una clasificación de problemas según estén involucradas medidas, estados relativos o transformaciones.

“Composición de dos medidas

En esta familia se encuentran esencialmente los problemas de reunión o fraccionamiento de colecciones o de magnitudes medibles. Según que se busque el todo o una de las partes, la operación experta asociada es una adición o una sustracción.

Relación de transformación de estados

Se trata de enunciados que describen situaciones que se desarrollan a menudo en el tiempo, en las que se puede identificar un estado inicial y una transformación (positiva o negativa) que opera sobre este estado para llegar a un estado final. Esta estructura permite definir seis categorías de problemas, según si la transformación es positiva o negativa y si la búsqueda lleva al estado inicial.

Relación de comparación aditiva

*Dos estados relativos a dos magnitudes medibles o localizables se comparan de manera aditiva, donde una de las magnitudes desempeña el papel de referente de la otra. La relación se enuncia mediante las expresiones “de más” o “de menos”. En esta familia se encuentran, igualmente, seis categorías según si la relación es positiva o negativa, y si la pregunta lleva a la búsqueda del referido, de la comparación o del referente.”*⁷

Dicha clasificación elaborada por Vergnaud en el campo aditivo, guiará además la elaboración de los instrumentos de este trabajo.

En resumen, la resolución de problemas implica la comprensión y dominio de un conjunto de conceptos y procedimientos que ya no es posible reducir a la mera ejecución de operaciones matemáticas. En primer lugar, el dominio de códigos simbólicos especializados y, en segundo lugar, la capacidad de traducir desde otros códigos (imágenes, lenguaje, etc.) a los códigos matemáticos y viceversa. Todo esto sin perder de vista el período de desarrollo en que se encuentra el niño y lo significativo o no que resulta el problema para el mismo.

Dada la complejidad y diversidad de factores que intervienen y se interrelacionan a la hora de resolver un problema, es el propósito de este trabajo averiguar cuales son las dificultades mas frecuentes que presentan los alumnos de 3er año de la EP; al

⁶ Buendía Eisman, Leonor y otros, *Métodos de investigación en Psicopedagogía*, Madrid, Editorial Mc Graw Hill, 1998

⁷ Vergnaud G., *“Le moniteur de mathématiques, résolutions de problème”*, Nathan, 1997

resolver situaciones problemáticas en el campo de las adiciones, con el fin de identificarlas y brindar a los docentes estrategias didácticas que favorezcan al aprendizaje de la matemática.

Poder resolver un problema de manera exitosa, no solo es beneficioso en el área de las matemáticas, sino imprescindible para poder resolver aquellos que surjan en la vida diaria de la persona; y esto último es, sin duda, el fin último de la matemática.

"Un gran descubrimiento resuelve un gran problema, pero en la solución de todo problema, hay cierto descubrimiento. El problema que se plantea puede ser modesto; pero, si pone a prueba la curiosidad que induce a poner en juego las facultades inventivas, si se resuelve por propios medios, se puede experimentar el encanto del descubrimiento y el goce del triunfo. Experiencias de este tipo, a una edad conveniente, pueden determinar una afición para el trabajo intelectual e imprimirle una huella imperecedera en la mente y en el carácter."⁸

⁸ POLYA, George: **"Cómo plantear y resolver problemas"**, Méjico, Trillas, 1972

DISEÑO

Este trabajo de investigación es de tipo **descriptivo**, ya que pretende conocer y medir las dificultades que presentan los alumnos de 3º año de las EP N° 4 y EP N° 41 provinciales al resolver problemas matemáticos.

Además, este trabajo es de tipo **transversal**, porque se evaluarán las variables en un momento determinado dentro del ciclo lectivo 2009 (mes de noviembre).

POBLACIÓN

Universo-Población: se selecciona como muestra a todos los alumnos que se encuentran cursando el 3º año de la EP en las escuelas provinciales de Mar del Plata.

Muestra: la muestra ha sido seleccionada de manera aleatoria y por conveniencia, ya que se dispone de la autorización necesaria para llevar adelante este trabajo en las escuelas provinciales N° 4 y N° 41 de la ciudad de Mar del Plata. La misma supone la siguiente composición:

EP N° 4: 3º "A" 14 alumnos, 3º "B" 9 alumnos

EP N° 41: 3º "A" 20 alumnos, 3º "B" 18 alumnos, 3º "C" 13 alumnos

Total : 74 alumnos

Caracterización de la muestra: La muestra comprende las escuelas provinciales pertenecientes al barrio Bernardino Rivadavia (EP N° 4 y EP N° 41), en sus terceros años y en ambos turnos.

El barrio comprende varias villas y el complejo Centenario. En esta comunidad conviven habitantes nativos como así también un buen porcentaje de origen paraguayo, chileno y de la comunidad gitana, como así también de provincias del interior del país.

Unidad de Análisis: esta compuesta por cada uno de los alumnos de 3º año de EP de las Escuelas N° 4 y N° 41 de la ciudad de Mar del Plata.

VARIABLES:

- Sexo de los alumnos
- Edad de los alumnos
- Dificultades en la resolución de problemas
- Conciencia del error en la resolución de problemas

INDICADORES

Para las variables complejas como lo son “dificultades en la resolución de problemas” y “conciencia del error en la resolución de problemas”, se seleccionan los siguientes indicadores:

Indicadores:

- Comprensión del problema: a través de preguntas que el alumnos debe responder extrayendo datos del enunciado en cada situación problemática.
- Concepción del plan: Los alumnos deberán poder explicar con sus palabras las acciones adecuadas a seguir para su resolución a través del ítem en el cual se solicita que escriba qué debería hacer para resolver el problema.
- Ejecución del plan: Se evaluará el mecanismo efectuado por el alumno al realizar el cálculo, teniendo en cuenta si realiza el cálculo correcto y a errores mecánicos propiamente dichos en cada problema.
- Respuesta al problema: Se evaluará comprobando si la respuesta dada es acorde a la pregunta del problema, y si contesta en forma de oración
- Completamiento del cuestionario: el cual comprende preguntas en relación a las cuatro fases del problema.

Operacionalización de las variables

A través de las variables antes mencionadas se pretende medir el grado de dificultad que presentan los alumnos en cada una de las fases de las situaciones problemáticas planteadas, la relación entre tipo de estructura aditiva y grado de error en cada fase, relación entre edad y sexo con los errores observados, autoevaluación de los alumnos en relación a los errores que creen cometer al resolver un problema.

A través de los instrumentos, se observará el grado de dificultad que presentan los alumnos al resolver los diferentes momentos o fases que implica la resolución de los problemas. Estos momentos que servirán como guía de análisis surgen de los indicadores propuestos y que se hallan definidos en el marco teórico (Pag. 23).

La recopilación de los datos se hará de manera manual, ya que requiere de la corrección de los problemas de acuerdo a los parámetros establecidos en función de los indicadores; y del autocompletamiento del cuestionario por parte de los alumnos. Los datos obtenidos tanto de las situaciones problemáticas como del cuestionario, se cargarán por computadora a planillas confeccionadas a tal fin.

Una vez procesados los mismos se intentará establecer cuales son los errores mas frecuentes en la resolución de los problemas matemáticos, la relación que existe entre el error y el tipo de problema, y la conciencia que poseen los niños en relación a los errores que cometen resolviendo problemas.

INSTRUMENTOS

Para realizar este estudio, se utilizarán instrumentos que permitirán detectar las dificultades que presentan los alumnos en la resolución de problemas matemáticos a través de:

A) tres problemas aditivos con diferente estructura, los cuales tienen que ver con la clasificación que propone Vergnaud y que se encuentran especificados en el marco teórico (medidas, estados relativos y transformaciones, Pag 33).

B) Cada uno de los problemas antes mencionados se estructurará de manera tal que permita la evaluación de cada uno de los pasos que el alumno debe desarrollar para resolver el problema y en relación a los parámetros propuestos por Polya detallados en el marco teórico y que son: Comprensión del problema, concepción del plan, ejecución del plan y respuesta al problema (Pag 23). Cada una de las fases se evaluará a través de dos preguntas con valoración SI-NO.

C) Un cuestionario estructurado, en el cual se indagará sobre el grado de conciencia de error que poseen los alumnos sobre sus propias dificultades en la resolución de problemas matemáticos.

Instrumentos de evaluación

Questionario

Apellido y nombre:.....División.....Edad:.....

Completa las siguientes preguntas colocando una cruz en la respuesta que consideres correcta.

- Cuando tienes que resolver un problema matemático:

	Siempre	A veces	Nunca
1 – ¿Comprendes enseguida de que se trata el problema y lo que hay que averiguar?			
2 - ¿Te resulta fácil hacer la cuenta para resolver el problema?			
3 - ¿Cometes errores al hacer la cuenta?			
4 - ¿Te resulta fácil responder la pregunta del problema?			

Problemas Matemáticos

Apellido y Nombre:.....División.....Edad:.....

1 – Composición de medidas

- Laura, Malena y Dolores tienen 235 figuritas entre las tres. Si Laura tiene 56 y Malena tiene 98 ¿Cuántas figuritas tiene Dolores?

1-Lee el enunciado del problema y contesta:

¿Cuántas figuritas tiene Laura?.....
¿Cuántas figuritas tiene Malena?.....
¿Qué hay que averiguar?.....

2-Escribe que deberías hacer para resolver el problema.

.....
.....
.....

3-Realiza el cálculo correspondiente.

4-Escribe la respuesta al problema.

.....
.....
.....

Apellido y Nombre:.....División.....Edad:.....

2 – Transformación

• Laura, tenía 30 figuritas. Perdió en el primer partido 15 figuritas y en el segundo partido ganó 60 figuritas. ¿Cuántas figuritas le quedaron a Laura?

1. Lee el enunciado del problema y contesta.

¿Cuántas figuritas tenía Laura?.....
¿Cuántas figuritas perdió en el primer partido?.....
¿Cuántas figuritas ganó en el segundo partido?.....
¿Qué es lo que hay que averiguar?.....

2- Escribe que deberías hacer para resolver el problema.

.....
.....
.....

3- Realiza el cálculo correspondiente.

4- Escribe la respuesta al problema.

.....
.....
.....

Apellido y nombre:.....División.....Edad:.....

3 – Estados relativos

• Laura le debe 98 figuritas a Malena, pero Malena le debe 19 figuritas a Laura
¿Cuántas figuritas le debe en realidad Laura a Malena?

1. Lee el enunciado del problema y contesta.

¿Cuántas figuritas le debe Laura a Malena?.....
¿Cuántas figuritas le debe Malena a Laura?.....
¿Qué es lo que hay que averiguar?.....

2. Escribe que deberías hacer para resolver el problema.

.....
.....
.....

3. Realiza el cálculo correspondiente.

4. Escribe la respuesta al problema.

.....
.....
.....

RELEVAMIENTO DE DATOS

Con los datos que se desprendan del análisis se confeccionarán tres gráficos de barras donde se podrán observar los niveles de respuesta positiva y negativa en relación a cada estructura problemática.

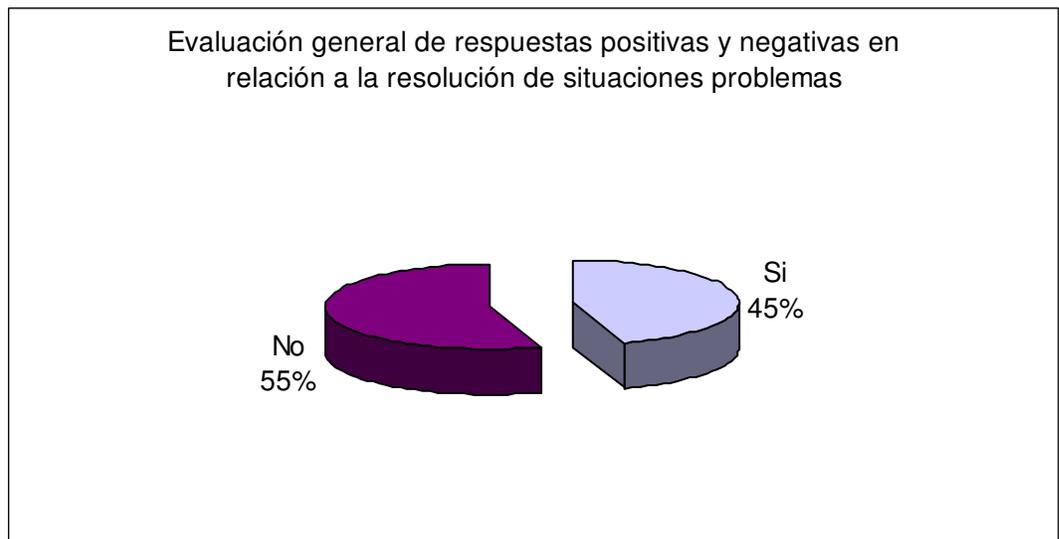
Además se realizarán gráficos de tortas representando los porcentajes de respuestas positivas y negativas en general, en relación a los tres tipos de problema, y la composición porcentual de respuestas positivas y negativas en relación a los tres tipos de estructura problemática.

TRABAJO DE CAMPO

Análisis de los datos obtenidos

***Resultados en relación a las cuatro fases evaluadas en las situaciones problemáticas**

En términos generales y en relación a cada ítem involucrado para la evaluación; se observa una mayor incidencia de respuestas negativas en relación a las positivas, contabilizando un 45% de respuestas positivas y un 55% de respuestas negativas en el total de los ítems evaluados en las tres situaciones problemáticas aplicadas.



Haciendo un análisis detallado de las mismas, se observa que en el problema que involucra composición de medidas, se observa un 42% de respuestas positivas en relación al total de los ítems evaluados. En cuanto a la estructura transformaciones, las respuestas positivas ascienden al 45% del total; y en la estructura que comprende estados relativos, las respuestas positivas componen el 47% del total de los ítems.

Realizando el análisis en relación a los ítems evaluados en cada situación problemática, se desprenden los siguientes datos (sobre un total de 74 alumnos):

Composición de medidas

1. Comprensión

* Puede extraer datos del enunciado del problema. Si 62 alumnos, no 12 alumnos

* Identifica lo que se debe averiguar. Si 43 alumnos, no 31 alumnos

2. Concepción del plan

* Expresa una idea correcta del plan a realizar. Si 16 alumnos, no 58 alumnos

* Explica correctamente las acciones para la resolución. Si 7 alumnos, no 67 alumnos

3. Ejecución del plan

* Realiza el cálculo correcto. Si 23 alumnos, no 51 alumnos

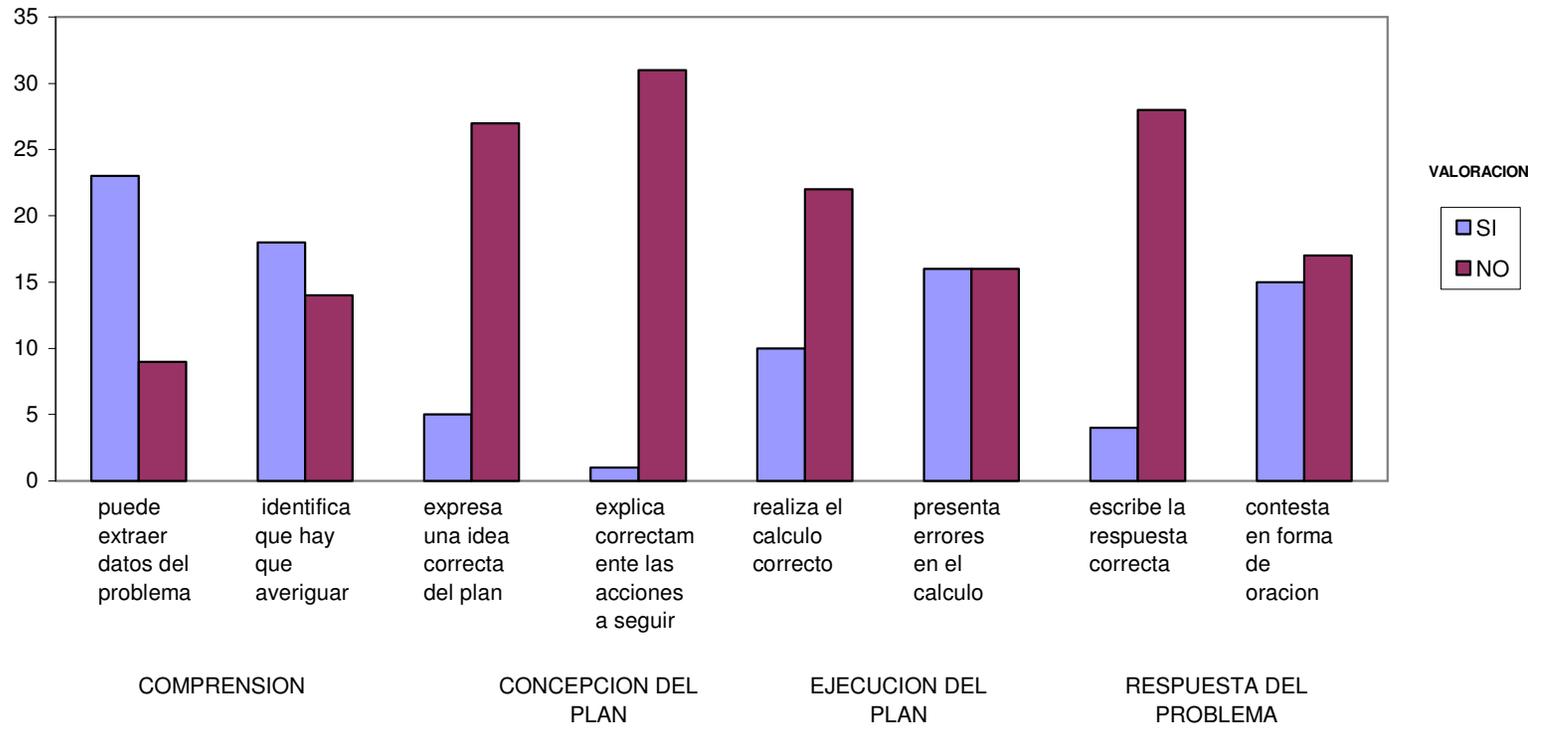
* Presenta errores en el mecanismo del cálculo. Si 31 alumnos, no 43 alumnos

4. Respuesta al problema

* Puede dar una respuesta correcta al problema. Si 10 alumnos, no 64 alumnos

* Contesta en forma de oración. Si 46 alumnos, no 28 alumnos

COMPOSICION DE MEDIDAS



Dificultades en la resolución de situaciones problemáticas

Transformaciones

1-Comprensión

- * Puede extraer datos del problema. Si 70 alumnos, no 4 alumnos
- * Identifica lo que se debe averiguar. Si 24 alumnos, no 50 alumnos

2-Concepción del plan

- * Expresa una idea correcta del plan a realizar. Si 28 alumnos, no 46 alumnos
- * Explica correctamente las acciones para resolverlo. Si 4 alumnos, no 70 alumnos.

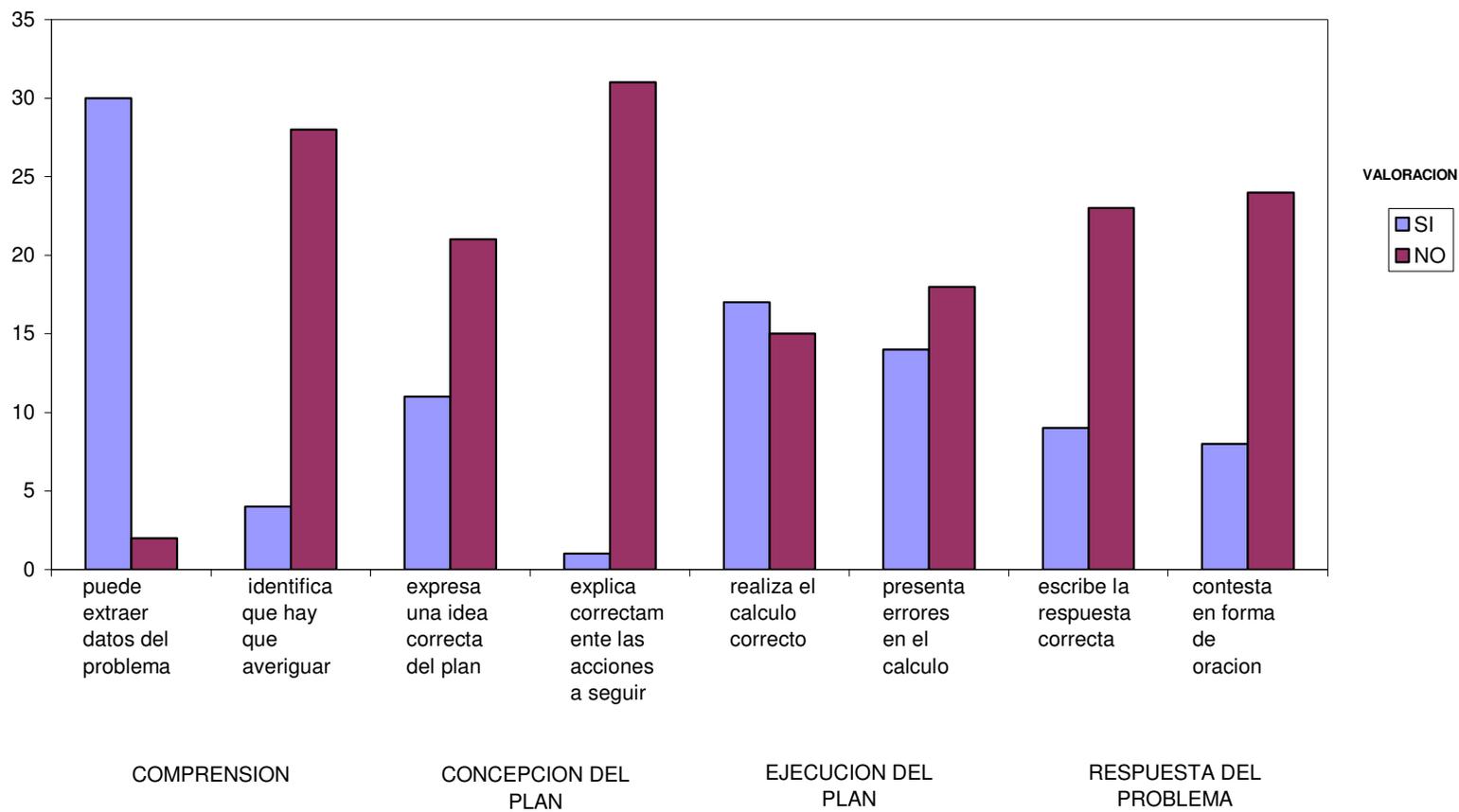
3-Ejecución del plan

- * Realiza el cálculo correcto. Si 38 alumnos, no 36 alumnos
- * Presenta errores en el mecanismo del cálculo. Si 25 alumnos, no 49 alumnos

4-Respuesta al problema

- * Puede dar una respuesta correcta al problema.Si 23 alumnos, no 51 alumnos
- * Contesta en forma de oración.Si 30 alumnos, no 44 alumnos

TRANSFORMACIONES



Estados relativos

1. Comprensión

- * Puede extraer datos del problema. Si 64 alumnos, no 10 alumnos
- * Identifica lo que se debe averiguar. Si 29 alumnos, no 45 alumnos

2. Concepción del plan

- *Expresa una idea correcta del plan a realizar. Si 26 alumnos, no 48 alumnos
- *Explica correctamente las acciones para resolverlo. Si 5 alumnos, no 69 alumnos.

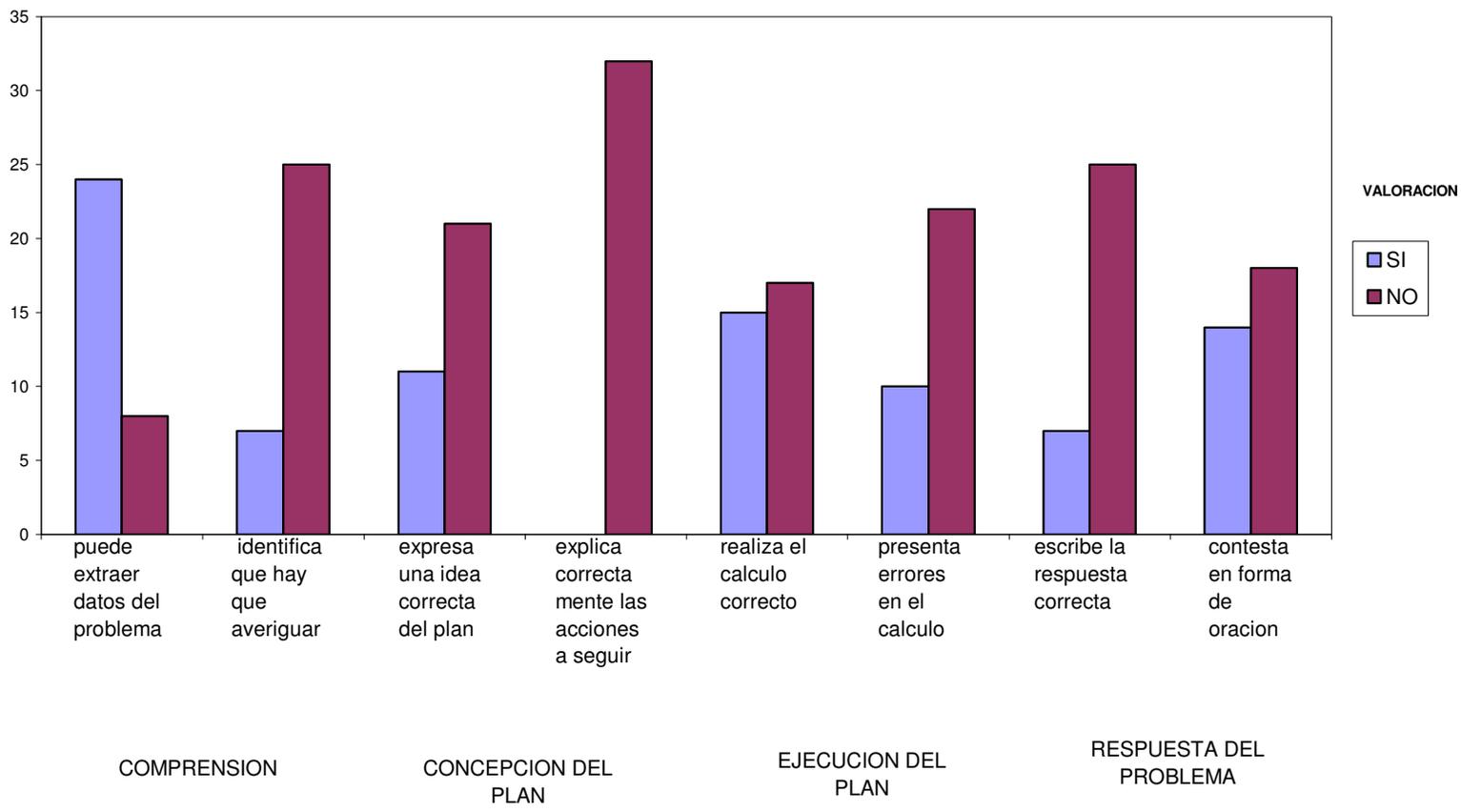
3. Ejecución del plan

- *Realiza el cálculo correcto. Si 39 alumnos, no 35 alumnos
- *Presenta errores en el mecanismo del cálculo. Si 22 alumnos, no 52 alumnos

4. Respuesta al problema

- *Puede dar una respuesta correcta al problema. Si 20 alumnos, no 54 alumnos
- *contesta en forma de oración. Si 43 alumnos, no 31 alumnos

ESTADOS RELATIVOS

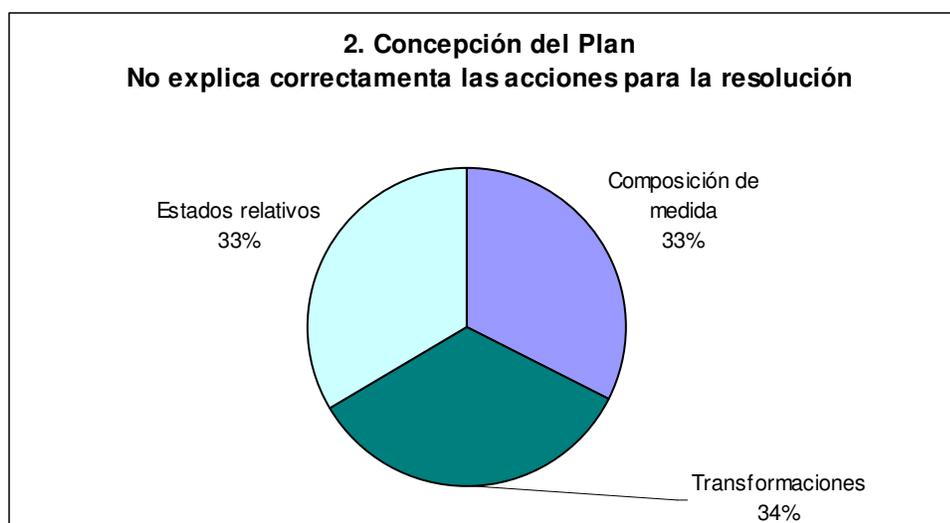


Dificultades en la resolución de situaciones problemáticas

Síntesis de resultados

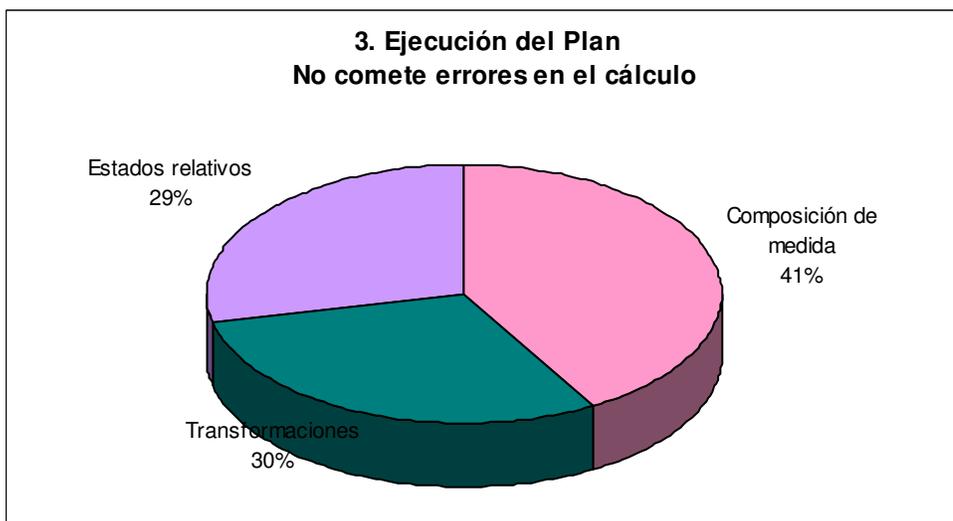
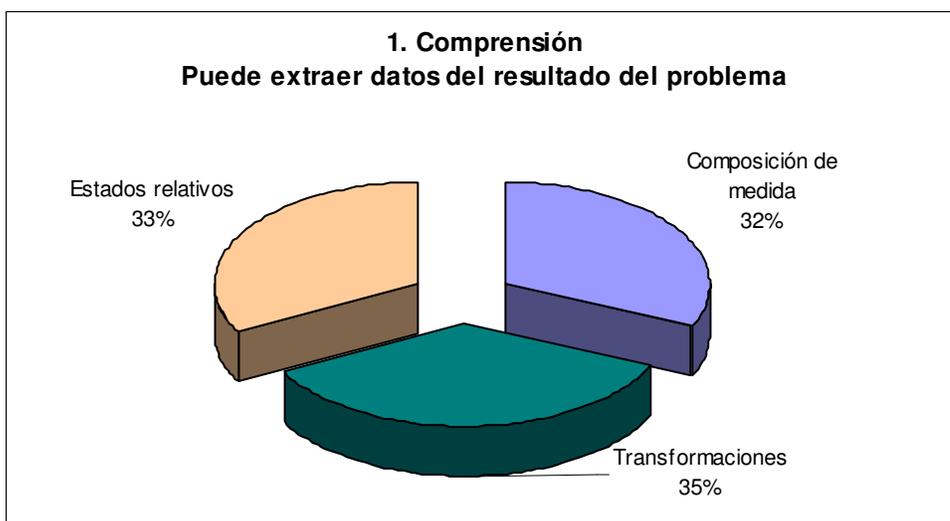
Análisis de respuestas negativas

De los datos obtenidos se puede observar que el mayor índice de respuesta negativa en las tres situaciones problemáticas tendrían que ver con el ítem en el cual se evalúa la capacidad de explicar correctamente las acciones para resolver el problema. (concepción del plan) Seguido del ítem el cual tendría que ver con poder responder al problema en forma correcta (respuesta al problema).



Análisis de respuestas positivas

En relación a los datos obtenidos en forma positiva, se observa que en general, el ítem en el cual se comete un menor número de errores es el que involucra la capacidad de extraer datos del problema (comprensión); seguido éste por el ítem en el cual se evalúan los errores cometidos en el mecanismo del cálculo (ejecución del plan).



***Resultados en relación a la estructura del problema**

Teniendo en cuenta el análisis anterior en cuanto al índice de respuestas positivas y negativas en general, se pueden inferir los siguientes datos:

- Las respuestas negativas en el ítem en el cual se debe explicar correctamente las acciones para resolver el problema, poseen un nivel de incidencia mayor en la estructura que involucra transformaciones.
- En cuanto al ítem que tiene que ver con poder dar una respuesta correcta al problema, el mayor índice de respuesta negativa se observa en la estructura que involucra composición de medidas.
- En cuanto a respuestas positivas, se observa un mayor índice en el ítem que tiene que ver con la capacidad de extraer datos del problema en la estructura transformaciones.
- En el ítem que evalúa los errores en el cálculo, el mayor índice positivo se observa en la estructura que involucra estados relativos.

***Análisis de los resultados en relación al cuestionario**

En relación a cada una de las consignas, se obtuvieron los siguientes resultados (sobre un total de 74 encuestas):

- Comprende enseguida de qué se trata el problema y que es lo que se debe averiguar. 24 alumnos contestaron “siempre”, 50 contestaron “a veces” y ninguno contestó “nunca”.
- Te resulta fácil hacer la cuenta para resolver el problema. 28 alumnos contestaron “siempre”, 39 contestaron “a veces” y 6 alumnos contestaron “nunca”.
- Cometes errores al hacer la cuenta. 13 alumnos contestaron “siempre”, 55 alumnos contestaron “a veces” y 6 contestaron “nunca”.
- Te resulta fácil responder la pregunta del problema. 39 alumnos contestaron “siempre”, 25 contestaron “a veces” y 10 respondieron “nunca”.

***Análisis de los datos en relación a edad y sexo**

Tomando como referencia los ítems con mayor número de respuesta positiva y mayor número de respuesta negativa, en los tres tipos de problemas, se podría determinar que:

_ En cuanto a la capacidad de extraer datos del enunciado, los alumnos de 8 años obtuvieron un 87% de respuestas positivas, los alumnos de 9 años, un 82% de respuestas positivas, los alumnos de 10 años un 84% de respuesta positiva y los alumnos de 11/12 años un 90% de respuestas positivas.

En relación al ítem que evalúa la capacidad de explicar correctamente las acciones a seguir para resolver el problema, se observan resultados similares entre las distintas edades: 8 años, 94% de respuestas negativas; 9 años, 94% de respuestas negativas, 10 años, 92% de respuestas negativas y 11/12 años, 95% de respuestas negativas.

En cuanto a la comparación de los mismos ítems en relación al sexo de la muestra, se pudo observar que las mujeres obtienen el 90% de respuestas positivas, mientras que los varones lo hacen en un 80% en cuanto a la capacidad de extraer datos del enunciado del problema. Y en relación a la capacidad de explicar correctamente las acciones para resolver el problema, las mujeres responden negativamente en un 91%, mientras que los varones obtienen un 98% de respuestas negativas.

Realizando un análisis integral de lo antes expuesto, se podría resumir que:

*En relación al tipo de estructura aditiva, es en la situación problemática que comprende estados relativos en la cual se observa el mayor número de respuestas positivas (47 %), seguida de la que involucra transformaciones (45 %) y por último la estructura composición de medidas (42 %).

Estas diferencias en los resultados estarían relacionadas con la experiencia de los alumnos en la resolución de cada tipo de estructura de problemas aditivos.

*En cuanto al análisis del mayor índice de respuestas negativas, se pudo observar que la diferencia mas notable se evidencia en el ítem que evalúa la capacidad de explicar correctamente las acciones a seguir para resolver el problema, el cual está incluido en la fase “concepción del plan”. Estos errores tendrían que ver en gran medida con la incapacidad del alumno de recordar algún problema de características similares que sirva como herramienta para idear un plan. Este déficit estaría relacionado a la formación de “esquema de problema” en las estructuras cognitivas del alumno.

*El segundo ítem con mayor número de respuestas negativas se observó en el ítem en el cual se solicita dar una respuesta al problema. En éste punto cabe señalar que estos errores se generarían a partir de que el alumno no posee el hábito de realizar una visión retrospectiva y consecuente análisis de los pasos anteriores para poder efectuar una respuesta correcta al problema.

*En cuanto al análisis de respuestas positivas, se pudo establecer que el mayor índice se concentra en el ítem que evalúa la capacidad de extraer datos del problema y que involucra la fase “comprensión”. Se observa que los alumnos en general no presentan mayores dificultades en extraer datos relevantes del enunciado del problema, lo cual evidenciaría cierto nivel de concentración y experiencia en este sentido.

*El segundo ítem en el cual se observo un buen índice de respuestas positivas es el que tiene que ver con los errores cometidos en el cálculo. Aquí se advierte claramente que los alumnos en términos generales, no cometen demasiados errores en el algoritmo que en este caso involucra sumas y restas.

*En relación al análisis realizado por sexo y edad se pudo determinar:

_Que los alumnos de entre 11 y 12 años manifiestan una mayor capacidad en extraer datos del enunciado del problema, observándose una mayor concentración que estaría relacionada con la edad. Pero en cuanto a la capacidad de explicar correctamente las acciones para resolver el problema, no se evidencian diferencias significativas en el rango de edades, lo cual estaría relacionado con las experiencias almacenadas en la memoria, las cuales sirven como herramienta disponible para la resolución de nuevos problemas.

-En cuanto a la variable sexo, se pudo observar que las mujeres obtienen mayor porcentaje de respuestas positivas en relación a la capacidad de extraer datos del enunciado, en comparación con los varones (10 % de diferencia). Lo mismo sucede en el ítem en el cual se evalúa la capacidad de explicar correctamente las acciones para resolver el problema, donde las mujeres obtienen un 7% menos de respuesta negativa que los varones. Estos resultados abren otros interrogantes que podrían ser objeto de otras investigaciones.

*Los resultados analizados a partir del cuestionario demuestran que los alumnos pueden extraer datos del enunciado siempre en un 33 % y a veces en un 67%. Con lo cual se puede decir que poseerían cierto grado de conciencia en relación a que no cometen errores en esta fase del problema.

Pero en cuanto al ítem en el cual deben responder si les resulta fácil “hacer la cuenta” para resolver el problema (lo cual implica plasmar numéricamente el plan a seguir), los alumnos contestan siempre en un 38%, a veces un 52% y 8% nunca. Estos resultados indican que los alumnos no reconocerían que los errores que cometen en la resolución de problemas se generan mayoritariamente en esta fase.

En este sentido, la mayoría de los alumnos se inclinan por adjudicar el mayor grado de dificultad de errores en el cálculo, en el cual solo un 8% aduce nunca equivocarse.

Conclusión

Luego del análisis de cada uno de los indicadores que guiaron este trabajo y dando respuesta a la pregunta que dio origen al mismo: ¿Cuáles son las dificultades que se observan en los alumnos de 3er año de la EP, a la hora de resolver problemas matemáticos?, se puede afirmar que el mayor número de errores en el proceso de resolución se originan en la fase en la cual se debe concebir un plan para resolverlo.

Es en ésta fase en la cual el alumno debe reunir las herramientas almacenadas en su memoria por la experiencia y tomar decisiones en relación al nuevo problema para idear un plan de acción para resolverlo. Así lo refiere la autora Marie-Lise Peltier (Pag 17), en cuanto a que los problemas resueltos con anterioridad se almacenan en la memoria y desempeñan un papel de “esquema de problemas” que forman parte de los conocimientos puestos en funcionamiento por el alumno en el momento de conocer el enunciado del problema.

Otra de las fases en la que se han constatado errores significativos es aquella en la cual se debe dar una respuesta al problema. Esta fase implica realizar una visión retrospectiva, revisar cada uno de los pasos anteriores para finalmente arribar a una respuesta correcta.

También se puede afirmar que existen diferencias en la resolución en relación al tipo de estructura del problema, aunque no resultan significativas, tienen que ver con la experiencia de los alumnos en la resolución de cada tipo de estructura.

En relación al cuestionario que indaga sobre la conciencia de error que los alumnos refieren tener cuando resuelven problemas, se pudo observar que en general estos errores son atribuidos a la fase de ejecución del plan y concretamente a errores en el cálculo. De ésta manera, los alumnos atribuyen al cálculo mecánico la mayor parte de los errores cometidos en la resolución de problemas, sin advertir que la falla mas significativa tiene que ver con la concepción del plan.

Por último, se pudo establecer que la edad de los alumnos no influye en la capacidad de elaborar un plan para resolver el problema, tendiendo esto que ver mas con las experiencias almacenadas en la memoria, las cuales se disponen como herramientas en la resolución de problemas nuevos.

Pero en cuanto al sexo de los alumnos se observó que las mujeres superan en un 7% a los varones en la fase en la que mas errores se cometen, la cual tiene que ver con la elaboración del plan para resolver el problema.

Sobre la base de este estudio, los docentes deberían desarrollar y llevar a cabo en las aulas una propuesta didáctica en la enseñanza de las matemáticas a partir de la resolución de problemas de estructuras variadas, realizando las intervenciones necesarias que ayuden a los alumnos a superar estos errores detectados favoreciendo el desarrollo de “esquemas de problemas”. Pero no dejando de lado la importancia que conlleva arribar a una respuesta al problema, la cual implica realizar una visión retrospectiva de cada una de las fases del problema y su consecuente análisis.

Propuesta Superadora para el trabajo en estrategias para la resolución de problemas

Partiendo de las conclusiones que se desprenden del trabajo realizado, se ofrece una propuesta pedagógica superadora que involucra diferentes acciones a llevar a cabo por el docente que apuntan a promover en el aula un trabajo colectivo de reflexión y sobre todo de participación activa del alumno y que a continuación se detallan:

- En primer lugar, es fundamental el trabajo en el aula con distintos tipos de problemas, fomentando la reflexión de los alumnos sobre similitudes y diferencias que se pueden observar en las distintas estructuras de los mismos.
- Este tipo de trabajo requiere de muchas horas de aprendizaje y de experiencia para que el alumno logre internalizar cada esquema de problema en su memoria, el cual servirá de herramienta ante la propuesta de resolución de situaciones problemáticas similares.
- La adquisición de habilidades para resolver problemas involucra no solo el conocimiento del que se dispone, sino también un conocimiento procedimental. El docente deberá trabajar sobre diversos procedimientos que faciliten la adquisición de estas habilidades, entre las cuales se encuentran:
 - ofrecer a los alumnos representaciones metafóricas
 - permitir la verbalización y el trabajo grupal durante todo el proceso de resolución
 - hacer preguntas
 - ofrecer ejemplos
 - ofrecer descripciones verbales
 - utilizar auto-explicaciones
- Formar a los alumnos en el hábito de resolver problemas teniendo en cuenta las cuatro fases que en este trabajo se presentaron, sabiendo que un hábito se instala a través de la repetición sistemática de acciones. Para ello se detallan a continuación las estrategias a desarrollar o fortalecer en cada fase:

- 1- Comprensión - el desarrollo de esta primera fase demanda que los alumnos:
 - *lean comprensivamente el problema
 - *establezcan qué es lo que se les pide y cuales son los datos del problema
 - *intercambien posibles interpretaciones
 - *representen el problema de diferentes modos para elegir el más adecuado.

2- Concepción del plan – trabajar la idea de un plan se puede desarrollar a partir de las siguientes estrategias:

*recordar problemas conocidos de estructura análoga al que se le presenta, e intentar utilizar el camino conocido.

*pensar un problema con el mismo tipo de incógnita y que sea mas sencillo,

*simplificar el problema descomponiéndolo en partes o etapas más sencillas y manejables, de acuerdo a los datos disponibles.

El docente debe tener en cuenta que de la comprensión del problema a la concepción del plan, el camino puede ser largo y tortuosos, pero no debe perder de vista que ésta fase es esencial para llegar a la solución y que es en ésta fase en donde los alumnos cometen mayores errores.

3- Ejecución del plan – en esta fase se pone en acción el plan ideado. Es necesario inculcar en los alumnos la atención y el cuidado necesarios para no cometer errores, y en caso de que ello ocurra, analizarlos y corregirlos.

4- Respuesta al problema – es esta fase de revisión se requiere mirar atrás para comprobar lo que se ha hecho y reflexionar sobre los momentos claves; pero además, mirar hacia delante para tratar de generalizar el proceso y los resultados a un contexto mas amplio haciendo tomar conciencia a los alumnos de qué es lo que se ha hecho y por qué.

Es importante que los alumnos formen el hábito de revisar los problemas, ya que la primera respuesta no siempre es la correcta. De esta forma podrá “saber” y también “saber que sabe”, sentimiento básico para aumentar la confianza en sí mismo, la autovaloración y la autoevaluación.

Algunas estrategias que se pueden ensayar en esta fase son:

*tratar de resolver el problema de un modo diferente y comparar los resultados.

*verificar las implicaciones de la solución, es decir pensar qué otras cosas deberán ser ciertas si la solución es correcta.

*observar si el resultado obtenido es coherente con los datos del problema.

*analizar cada uno de los pasos efectuados

*exponer las diferentes propuestas de solución al resto de la clase, para compararlas, criticarlas y seleccionar las correctas, fundamentando la decisión.

Esta modalidad de trabajo ayuda a valorar diferentes estrategias de resolución, a utilizar el error en su rol constructivo, a tomar conciencia de la frecuencia de las respuestas incorrectas y de la importancia de determinar las causas.

Todo este arduo trabajo dará sus frutos en la medida en que el docente logre en su clase una atmósfera amable, pluralista, respetuosa de la diversidad de ideas y de tiempos, solidaria, responsable y crítica.

BIBLIOGRAFIA

Álvarez Pérez, **Dificultades del Aprendizaje Escolar**, Madrid, Editorial Pirámide, 1998.

• Broitman, Claudia, **Las Operaciones en el Primer Ciclo**, Buenos Aires, Ediciones Novedades Educativas, 1999.

• Buendía Eisman, Leonor y otros, **Métodos de investigación en Psicopedagogía**, Madrid, Editorial Mc Graw Hill, 1998.

• Díaz Rodino, Juan y otros, **Área de Conocimiento. Didáctica de la Matemática**, Madrid, Editorial Síntesis, 1999.

• Dirección General de Cultura y Educación, **Diseño Curricular para la Educación Primaria**, Buenos Aires, Dirección de Producción de Contenidos, 2008.

• Gonzalez Saavedra, José, **El desarrollo de hábitos y habilidades a través de la enseñanza de la matemática. La habilidad calcular**, en: <http://www.monografias.com>educación>

• Hernández Sampieri, Roberto y otros, **Metodología de la investigación**, México, Editorial Mc Graw Hill. 2001.

• Otoniel Riverón Portela y otro, **Resolución de problemas: una alternativa didáctica en el aprendizaje de las matemáticas**, en: <http://contexto-educativo.com.ar/2000/11/nota-07.htm>

• Peltier, Marie Lise, **Problemas aritméticos, articulación, significación y procedimientos de resolución**, en: Educación Matemática, vol 15, num.3; México, Ed. Santillana, 2003.

• Pineda, Elia y otros, **Metodología de la investigación**, Washington D C, Publicación de la Organización Panamericana de la Salud, 1994.

• Poggioli Lisette, **Serie enseñando a aprender, estrategias de resolución de problemas**, en <http://www.fpolar.org.ve/poggioli/poggioli51.htm>

• Polya, George, **Cómo plantear y resolver problemas**, Méjico, Trillas, 1972.

• Pozo Municio, Juan, **La Solución de Problemas**, Buenos Aires, Editorial Santillana, 1997.

• Requena, Marcos, **Resolución de problemas en las olimpiadas venezolanas de matemática. Su influencia en los procesos cognitivos**, en: <http://www.ucab.edu.ve/prensa/ucabista/mar2001/p06.htm>

• Sadovsky, P, **Enseñar matemática hoy**, Buenos Aires, Libros del zorzal, 2005

• Toboso Picazo, Jesús, **Evaluación de habilidades cognitivas en la resolución de problemas matemáticos**, en: <http://www.tdx.cesca.es/TDX-0519105-125833/>

- Vergnaud G., **Le moniteur de mathématiques, resolution de problème**, Nathan, 1997.
- Vilanova, Silvia y otros, **La educación matemática. El papel de la resolución de problemas en el aprendizaje**, en: <http://www.rieoei.org/deloslectores/203vilanova.htm>

AGRADECIMIENTOS

Primero y sobre todo quiero dar gracias a Dios, por estar conmigo en cada paso que doy y por haberme puesto en el camino a aquellas personas que han sido mi soporte y compañía. A mis hijos, que pacientemente respetaron y acompañaron mis tiempos de trabajo y estudio.

A las Sras Directoras de las EP N° 4 y N° 41, por permitirme realizar este trabajo en dichas Instituciones brindándome su apertura y confianza.

A los alumnos de los 3ros años de las EP N° 4 y EP N° 41 y sus docentes, que sin su colaboración desinteresada y entusiasta no hubiese sido posible concretar este trabajo.

A mi profesora tutora Lic. María Marta Ulzurúm, por su predisposición permanente e incondicional en aclarar mis dudas y por sus substanciales sugerencias.

A la Sra Norma Chiappetta, por su activa colaboración y asesoramiento desde lo tecnológico.

A mi amiga María Segunda Varela, por su acompañamiento emocional y material.

Al Departamento de Metodología de la Investigación –Psicopedagogía-, en especial a la Lic. Claudia Urbano, por su asesoría y dirección.

Y a todas aquellas personas que de una u otra forma colaboraron en la realización de éste trabajo, hago extensivo mi más sincero agradecimiento.

ANEXO

PLANILLAS DE RELEVAMIENTO DE DATOS

CUESTIONARIO

CRITERIOS DE EVALUACIÓN

ITEMS

- 1- Comprende enseguida el problema y de lo que se debe averiguar
- 2- Le resulta fácil hacer la cuenta
- 3- Comete errores al hacer la cuenta
- 4- Le resulta fácil responder a la pregunta del problema

VALORACIÓN

- | | |
|-----------|---------|
| S | Siempre |
| AV | A veces |
| N | Nunca |

Dificultades en la resolución de situaciones problemáticas

Nº ORD	ALUMNOS	SEXO	EDAD	ESC	AÑO	DIV	ITEMS			
							1	2	3	4
1	Carlos	V	11	EP 4	3º	A	S	AV	AV	S
2	Florencia	M	11	EP 4	3º	A	S	AV	AV	S
3	Verónica	M	8	EP 4	3º	A	AV	AV	AV	AV
4	Celeste	M	8	EP 4	3º	A	AV	S	AV	AV
5	Viviana	M	10	EP 4	3º	A	AV	AV	AV	AV
6	Yaqueline	M	8	EP 4	3º	A	AV	S	S	AV
7	Fabiana	M	10	EP 4	3º	A	S	AV	N	N
8	Micaela	M	9	EP 4	3º	A	AV	AV	AV	AV
9	Lourdes	M	10	EP 4	3º	A	AV	N	AV	AV
10	Celeste	M	10	EP 4	3º	A	AV	S	AV	S
11	Ruth	M	8	EP 4	3º	A	AV	N	AV	AV
12	Leida	M	11	EP 4	3º	A	S	N	AV	S
13	Maria Victoria	M	8	EP 4	3º	A	S	AV	S	AV
14	Domingo	V	8	EP 4	3º	A	S	AV	AV	S
15	Diego	V	9	EP 4	3º	B	S	AV	S	N
16	Yasmin	M	8	EP 4	3º	B	AV	S	AV	S
17	Estefanía	M	11	EP 4	3º	B	AV	AV	AV	AV
18	Sofía	M	9	EP 4	3º	B	AV	AV	AV	AV
19	Elias Omar	V	9	EP 4	3º	B	S	AV	AV	S
20	Diego	V	9	EP 4	3º	B	S	AV	AV	S
21	Rocio	M	9	EP 4	3º	B	AV	AV	AV	AV
22	Micaela Daiana	M	9	EP 4	3º	B	AV	S	AV	AV
23	Agustín	V	10	EP 4	3º	B	AV	S	AV	S
24	Lautaro	V	9	EP 41	3º	A	AV	S	AV	AV
25	Cristian	V	9	EP 41	3º	A	AV	AV	N	S
26	Lucrecia	M	12	EP 41	3º	A	AV	AV	AV	AV
27	Yanina	M	9	EP 41	3º	A	S	AV	S	AV
28	Matías	V	8	EP 41	3º	A	AV	AV	N	S
29	Facundo	V	8	EP 41	3º	A	AV	S	AV	S
30	Tatiana	M	8	EP 41	3º	A	S	AV	AV	S
31	Camila	M	8	EP 41	3º	A	AV	S	AV	S
32	Agustina	M	9	EP 41	3º	A	AV	S	AV	S
33	Mariana	M	9	EP 41	3º	A	AV	AV	S	S
34	Abraham	V	8	EP 41	3º	A	AV	N	AV	S
35	Yamila	M	9	EP 41	3º	A	AV	AV	S	S
36	Marcos	V	9	EP 41	3º	A	S	S	S	S
37	Bruno	V	8	EP 41	3º	A	S	AV	AV	S
38	Camila	M	10	EP 41	3º	A	AV	N	AV	N
39	Natalia	M	12	EP 41	3º	A	S	AV	AV	AV
40	Carlos	V	10	EP 41	3º	A	S	S	AV	AV
41	Yren	V	9	EP 41	3º	A	AV	N	AV	S
42	Elian	M	9	EP 41	3º	A	S	AV	AV	S
43	Julio	V	8	EP 41	3º	A	S	AV	AV	S
44	Federico	V	8	EP 41	3º	B	S	AV	S	S
45	Mauro	V	9	EP 41	3º	B	AV	S	AV	S
46	Martín	V	9	EP 41	3º	B	S	S	AV	S
47	Franco	V	9	EP 41	3º	B	S	S	AV	N
48	Milagros	M	9	EP 41	3º	B	AV	S	AV	S
49	Braian	V	9	EP 41	3º	B	S	S	AV	AV
50	Sergio	V	9	EP 41	3º	B	AV	AV	AV	S
51	Candelaria	M	9	EP 41	3º	B	AV	S	AV	S
52	Lautaro	V	9	EP 41	3º	B	S	AV	AV	N
53	Solange	M	8	EP 41	3º	B	AV	S	AV	S
54	Tamara	M	10	EP 41	3º	B	AV	S	AV	S
55	Ailín	M	8	EP 41	3º	B	AV	S	AV	S
56	Tomás	V	10	EP 41	3º	B	S	S	AV	S
57	Brisa	M	8	EP 41	3º	B	AV	S	AV	N
58	Candela	M	9	EP 41	3º	B	AV	S	AV	S
59	Camila	M	9	EP 41	3º	B	AV	S	AV	N
60	Daniel	V	10	EP 41	3º	B	AV	S	AV	S
61	Gabriel	V	12	EP 41	3º	B	AV	S	AV	S
62	Matilén	M	9	EP 41	3º	C	AV	AV	S	N
63	Catalina	M	10	EP 41	3º	C	AV	AV	AV	AV
64	Leila	M	8	EP 41	3º	C	AV	AV	AV	S
65	Juan Cruz	V	9	EP 41	3º	C	S	AV	S	AV
66	Franco	V	10	EP 41	3º	C	AV	AV	S	S
67	Yenni	M	9	EP 41	3º	C	AV	AV	N	N
68	Agustín	V	9	EP 41	3º	C	AV	S	AV	AV
69	Francisco	V	9	EP 41	3º	C	AV	AV	S	S
70	Kevin	V	10	EP 41	3º	C	AV	AV	AV	AV
71	Candela	M	9	EP 41	3º	C	AV	AV	AV	AV
72	Iara	M	8	EP 41	3º	C	AV	AV	S	N
73	Kevin	V	8	EP 41	3º	C	AV	AV	N	AV
74	Alexis	V	8	EP 41	3º	C	AV	AV	N	AV
75										

resultados

S	24	28	13	39
AV	50	39	55	25
N	0	6	66	10

SITUACIONES PROBLEMÁTICAS

CRITERIOS DE EVALUACIÓN

ITEMS:

- 1- **COMPRENSIÓN**
 - A- Puede extraer datos del problema
 - B- Identifica lo que se debe averiguar

- 2- **CONCEPCIÓN DEL PLAN**
 - A- Expresa una idea correcta del plan a realizar
 - B- Explica correctamente las acciones para la resolución

- 3- **EJECUCIÓN DEL PLAN**
 - A- Realiza el cálculo correcto
 - B- Presenta errores en el mecanismo del cálculo

- 4- **RESPUESTA AL PROBLEMA**
 - A- Escribe la respuesta correcta al problema
 - B- Contesta en forma de oración

VALORACIÓN

S- Si / **N**- No

